

## Особенности расчета башни в форме сетчатого гиперболоида

## С.В. Щуцкий, А.В. Черныш, А.С. Болдырев

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: Рассматриваются вопросы построения и определения напряженнодеформированного состояния расчетной схемы решетчатой конструкции башенного типа в форме сетчатого гиперболического параболоида. Устанавливается зависимость распределения ветровой нагрузки от характеристик формы, приводится методика посекционного расчета подобных сооружений.

**Ключевые слова:** Гиперболический параболоид, метод конечных элементов, аэродинамические нагрузки, решетчатые башни.

Задачи расчёта конструкций в форме гиперболического параболоида на воздействие различных видов нагрузок широко распространены в строительном проектировании. В данной работе рассмотрена методика сбора нагрузок, статического и динамического расчетов башенных конструкций в виде гиперболического параболоида при помощи современных программных комплексов. В качестве предмета исследования была предложена решетчатая башня, предназначенная для размещения оборудования сотовой связи, в форме сетчатого гиперболоида высотой 70 м, запроектированной в Брянской области.

Наибольшее распространение для задания формообразующей рассматриваемой конструкции получило параметрическое моделирование, достоинство которого состоит в том, что за короткое время, изменив какойлибо параметр, можно существенно изменить геометрию модели [1].

Основываясь на исследованиях однополостного гиперболоида, посвященных исключительно вопросам его построения [2], для удобства построения сетки оболочки с учётом её дальнейшего расчета, была применена параметрическая форма задания поверхности однополосного гиперболоида вращения [3]:



$$x(s,t) = -a \cdot \sin(t) + s \cdot \sqrt{(b^2 - a^2) \cdot \cos(t)} \tag{1}$$

$$y(s,t) = a \cdot \cos(t) + s \cdot \sqrt{(b^2 - a^2} \cdot \sin(t)$$
<sup>(2)</sup>

$$x(u,v) = c \cdot s \tag{3}$$

, где:

а – внутренний радиус поверхности;

*b*-внешний радиус поверхности;

с – высота конструкции

*и*, *v* – параметры образующей конструкции, варьируемые от 0 до  $2\pi$ 

Преимущество параметрической формы задания поверхности в том, что она позволяет разбить сетку на одинаковые промежутки по высоте конструкции, в отличие от неявной формы, разбивающей на равные участки образующую гиперболоида.

Решетчатая башня представляет собой сквозную конструкцию, в следствие этого её характер напряженно-деформированного состояния отличается от сплошной оболочки.

Наиболее эффективным современным методом численного решения подобных инженерных задач с применением ЭВМ является метод конечных элементов [4, 5]. Для расчета исследуемой конструкции в данной статье применялся SCAD - один из верифицированных программных комплексов, разработанный на базе этого метода [6-9].

В процессе построения расчетной схемы принимались следующие условия:

опорный контур жестко закреплен в пространстве;

все узлы сети шарнирные;

узловые нагрузки определены по основному сочетанию;

- кольцевые стержни сети идеально пластичные, с небольшой несущей способностью.

Исходные данные для расчета:



-снеговой район II (Sg=1,0кПа)

-ветровой район II ( $\omega_0$ =0,30кПа)

-толщина стенки гололеда, не менее – 5 мм, (Прайон)

-расчетная сейсмичность площадки строительства отсутствует.

Расчёт металлоконструкций выполнен с учетом нагрузки от антенного оборудования.

Основание башни диаметром 9,5 м. Верхнее кольцо под расположение площадки для антенн диаметром 2,6 м. Башня состоит из 14 секций высотой 5 м. Через каждые 10м конструкции расположены площадки в количестве 7 штук для обслуживания башни и крепления лестниц. Площадки прямоугольной формы образованы пересечением четырех прямоугольных труб.

Для создания формообразующей поверхности башни использована параметрическая форма задания поверхности в соответствие с формулами (1), (2), (3) и следующими параметрами:

*a*= 1,3 м; *b*= 4,75 м; *c*= 70 м;

Количество разбиений формы по высоте N<sub>s</sub>=14, по опорному контуру N<sub>t</sub>=12 (рис. 1). Таким образом сформирована башня с 14-ю секциями и количеству узлов по поясам секций, равному 12-ти.

В соответствии п.1.2.3 [10]: число сечений до 50м - 4,5; до 100 м - 6,8; до 200 м - 8,12; до 400 м - 10,16. Для высоты 70 м принято 6 типов сечений, по 2-3 секции на каждый тип (рис. 2).

Сечения в первой секции назначены из условия выполнения критерия по предельной гибкости для опорных раскосов решетчатых конструкций согласно п.1.б) (СП 16.13330.2017).



В соответствии с таблицей 1.6 [10] для данного типа башни допускается использовать прокатные профили. Верхние секции запроектированы из одиночных уголков наименьшего сечения, нижние секции, воспринимающие помимо ветровой нагрузки усилия передаваемые с верхних секций, запроектированы из уголков наибольшего сечения.

ц по	верхности	ſ	иперболоид вращения ,однополосны	аметрическая форма	
Kapa	актеристики				
			Параметры	Nt	
h	70	м	Высота		
r	1.3	м	Внутренний радиус		
R	4.75	м	Внешний радиус		
1	4		y, 12		
<b>1</b> на	4		N, 12	Формула параметрической повержности	
П	4	7		ементов Формула параметрической повериности рини X = [-],3*in(t360)+s*sqt(4,75*2-1,3*2*cos(t*360)	
, 1 Зиа	4 разбиения	]		ементов ракни X = [-1,3*sin(t*360)+s*sqt(4,75*2-1,3*2)*cos(t*360) у = [-1,3*cos(t*360)+s*sqt(4,75*2-1,3*2)*sin(t*360)	

Рис. 1.- Задание формообразующей

Нагрузки от элементов оборудования собраны в уровне верхних поясов 13 и 14 секции к узлам со значением 0,03 т.

Снеговые нагрузки действуют на площадки башни площадью 2,32м<sup>2</sup>:

$$S = c_e \cdot c_t \cdot \mu \cdot S_g \cdot \gamma_f = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0, 1 \text{T/M}^2 \cdot 1, 4 = 0, 14 \text{T/M}^2$$
(4)

Нагрузка равномерно распределена на узлы элементов площадок:

$$p_{s} = \frac{s \cdot A_{\rm rp}}{4} = \frac{0.14 \cdot 2.32}{4} = 0.08 {\rm T}$$
 (5)

В соответствии с п. 12.1. (СП 20.13330.2016) гололедные нагрузки необходимо учитывать для воздушных линий электропередачи и связи,



контактных сетей электрифицированного транспорта, антенно-мачтовых устройств, канатов, решетчатых конструкций, шпилей и подобных сооружений, а также для вентилируемых фасадов зданий, металлических ограждений балконов, элементов стен и покрытий высотных зданий, расположенных на высоте более 100 м:

$$i' = b \cdot k \cdot \mu_2 \cdot \rho_{\text{льда}} \cdot \gamma_f = 0,005 \text{M} \cdot k \cdot 0,6 \cdot \frac{0.9\text{T}}{M^3} \cdot 1,8 = 0,00486 \cdot k, \text{T/M}^2$$

Данная нагрузка умножена на площадь поверхности секции, соответствующей отметке от уровня земли *k*, и разделена на 12 узлов пояса секции. Усреднённое значение гололедной нагрузки – 0,01т.

Для оценки собственных колебаний системы постоянные загружения были преобразованы в массы, кратковременные нагрузки преобразованы в массы с пониженными коэффициентами.



Рис. 2. - Принятые сечения элементов секций



Модальный анализ конструкции показал, что первые две частоты собственных колебаний ниже предельной для данного ветрового района (табл. 1) при декременте δ=0,15 (стальные башни, мачты) равной 3,4 Гц согласно табл. 11.5 (СП 20.13330.2016), следовательно пульсационную составляющую ветровой нагрузки требуется задавать как динамическую нагрузку.

Таблица № 1

№ формы	Собственное значение	Частоты, Гц
1	0,12	1,29
2	0,12	1,29
3	0,04	3,9

Резонансное возбуждение вихревое аэродинамические И колебания необходимо учитывать неустойчивые ДЛЯ зданий, сплошностенчатых сооружений или их отдельных участков, имеющих прямолинейную (или близкую к прямолинейной) центральную ось, а также неизменяющиеся или плавно изменяющиеся формы и размеры поперечного сечения, для которых λ<sub>e</sub>>20, где λ<sub>e</sub> определено в табл. В.10. прил. В.1.15 [11].

Для исследуемого объекта  $\lambda_{p} = 2 \cdot \frac{70 \text{ m}}{9.5 \text{ м}} = 14.74$ , следовательно

резонансное вихревое возбуждение не учитывается.

Аэродинамические коэффициенты *c*<sub>t</sub> решетчатых башен и пространственных ферм определяются по формуле В.7 прил. В.1.14 [11]:

$$c_t = c_x \cdot (1+\eta) \cdot k_1 \tag{7}$$

,где

*с*<sub>*x*</sub> - определяется так же, как и для отдельно стоящей фермы;



η - определяется так же, как и для ряда плоских ферм.
 Значения коэффициента k<sub>1</sub> приведены в таблице В.9. прил. В.1.14 [11].
 Для данного объекта k<sub>1</sub> =1,2

Аэродинамические коэффициенты *c*<sub>x</sub> отдельно стоящих плоских решетчатых конструкций определяются по формуле В.6 прил. В.1.1.14 [11]:

$$c_x = \frac{1}{A_k} \sum c_{xi} \cdot A_i \tag{8}$$

,где *c*<sub>xi</sub> - аэродинамический коэффициент i-го элемента конструкции, принимаемый равным 1,4 для профилей.

 A<sub>i</sub> -площадь
 проекции *i*-го
 элемента
 конструкции;

 A<sub>k</sub> - площадь, ограниченная контуром конструкции. (рис. 3)
 (рис. 3)
 (рис. 3)



Рис. 3. - Проекция элементов секций в плане.

В MSOfficeExcel была составлена программа для расчета аэродинамических коэффициентов секций *c*<sup>*t*</sup> и определения погонной нагрузки по высоте сооружения (рис. 5), где:

k- коэффициент, учитывающий возрастание ветровой нагрузки по высотег, рассчитанный по формуле 11.4 [10]:

$$k = k_{10} \cdot \left(\frac{z}{10}\right)^{2\alpha} \tag{9}$$

, где для типа местности А:



$$k_{10} = 1;$$

$$\alpha = 0,15;$$

h- высота сечения элемента;

1 - длина элемента;

Коэффициент перекрытия подветренной стороны (рис 4):

= 1, при загораживании элементами наветренной стороны элементов подветренной стороны;

= 2, в ином случае;



Рис. 4. - Коэффициент перекрытия

Σl<sub>i</sub> – суммарная проекция длин элементов данной секции, равная для различных углов поворота секции:

$$\sum l_i = l \cdot (sin90 + 2 \cdot sin60 + 2 \cdot sin30) \tag{10}$$

$$\sum l_i = l \cdot (2 \cdot \sin 75 + 2 \cdot \sin 45 + 2 \cdot \sin 15) \tag{11}$$

$$\sum l_i = l \cdot 3,8 \tag{12}$$

*A*<sub>i</sub> –суммарная площадь проекции *i*-ых элементов секции;

*А*<sub>k</sub> - площадь, ограниченная контуром секции, равная:

 $A_k = \frac{l_{\text{вп}} + l_{\text{нп}}}{2} \cdot h$ , где:

 $l_{gn}$ ,  $l_{hn}$ ,- диаметры верхнего и нижнего пояса секции соответственно; h – высота секции, равная 5 м;



 $\varphi$ -коэффициент проемности, равный  $\varphi = \frac{\sum A_k}{A_k}$ 

b- диаметр пояса (расстояние между проекциями наветренной и подветренной стороны секции)

η - коэффициент, учитывающий понижение ветровой нагрузки на подветренную сторону, зависящий от φ и b/h, где h-расстояние между плоскостями наветренной и подветренной стороны.

*c*<sub>t</sub> - аэродинамический коэффициент секции, определяемый по формуле В.7 прил. В.1.14 (СП 20.13330.2016)

q - значение погонной нагрузки на вертикальную ось конструкции в уровне верхнего пояса секции, Т/м, определяемая как

$$q = \omega_0 \cdot k(\mathbf{z}) \cdot c_t \cdot \gamma_f \cdot 0.5 \cdot (d_1 + d_2) \tag{13}$$

, где  $d_1$ ,  $d_2$  - диаметры поясов текущей и нижней секции соответственно. За отметку секции принята отметка верхнего пояса секции.

z	k	схі	Профиль	h	T	Перекрытие подветренной стороны	Σli	ΣΑί	Ak	φ	сх	b/li	η	ct	q
70	1,793	1,4	Пояс	0,07	0,67	1	2,546	0,178	13	0,431	0,604	1,000	0,480	1,072	0,210
			Решетка	0,07	5,1	2	77,520	5,426							
w0=	0,030					Проекция верхн	его пояса	2,600							
						Проекция нижн	его пояса	2,600							

Рис.	5.	- Определение	погонной нагрузки	qв	разработанн	юй программе
		1	1.0		<b>1 1</b>	<b>1</b> 1

(секция 14)

Таблица № 2

Z,M	q, Т/м	Р, т	Узлы	Р узловая, т	k(z)	ct
70	0,209858	0,521	12	0,04	1,793	1,072
65	0,205439	0,966	12	0,08	1,753	1,014
60	0,127353	0,779	12	0,06	1,712	0,578
55	0,220217	1,020	12	0,09	1,668	0,926
50	0,215916	1,092	12	0,09	1,621	0,825



45	0,226604	1,055	12	0,09	1,570	0,779
40	0,143315	0,786	12	0,07	1,516	0,453
35	0,142755	0,813	12	0,07	1,456	0,421
30	0,261195	1,199	12	0,10	1,390	0,733
25	0,250679	1,275	12	0,11	1,316	0,680
20	0,265667	1,303	12	0,11	1,231	0,710
15	0,250757	1,182	12	0,10	1,129	0,678
10	0,149913	0,813	12	0,07	1,000	0,427
5	0,125011	0,646	12	0,05	0,812	0,404
	0,125011					

Как видно из табл. 2 распределение погонной нагрузки не является характерным трапециевидным, возрастающим к верхней отметке конструкции, за счет того, что аэродинамический коэффициент не зависит от высоты конструкции, а диаметр башни расширяется к основанию. Погонные нагрузки преобразованы в сосредоточенные в уровне верхних поясов секций по правилам строительной механики.

$$P = h \cdot (q_i \cdot \frac{2}{3} + q_{i-1} \cdot \frac{1}{6} + q_{i+1} \cdot \frac{1}{6})$$
(14)

Их значения разделены на кол-во узлов пояса секции и приложены в направлении действия ветровой нагрузки.

Пульсационная составляющая ветровой нагрузки задана динамическим загружением. Так как третья частота собственных колебаний выше предельной, трех форм достаточно для оценки НДС конструкции.

Для оценки деформаций системы использованы коэффициенты перехода от расчетной к нормативным нагрузкам (табл. 3.)

Расчетные сочетания усилий и перемещений были заданы в соответствие с п. 6.2. (СП 20.13330.2016)



Таблица № 3

Индекс загружения	Наименование загружения	Коэффициент
L1	Собственный вес	0,95
L2	Антенное оборудование	0,84
L3	Снег	0,71
L4	Гололед	0
L5	Модальный анализ	0
L6	Ветер статика	0
L7	Ветер статика+пульсация	0,71

Решая задачу устойчивости системы аналитически, можно было представить башню как стержень переменного сечения. Проблема определения критической силы для такой системы достаточно подробно изложена в работе [11]. В данной статье изложены результаты численного расчета конструктивной схемы. Согласно протоколу расчета, минимальный коэффициент запаса устойчивости системы равен 1,304, что больше нормативного 1,3.

Максимальное перемещение системы 219,5 мм меньше нормативного h/100 = 70м/100 = 0,7м=700мм, согласно п.17.7 [10] (рис.6)

Произведена проверка наиболее сжатых нагруженных элементов секций. Предельная гибкость для сжатого опорного раскоса первой секции [λ]=120, предельные гибкости элементов решетки верхних секций [λ]=220-

40α согласно табл. 32 (СП 16.13330.2017). На рис. 15 п.10.2.5 (СП

20.13330.2016) даны схемы пространственных решетчатых конструкций. Исследуемая пространственная схема ближе всего соответствует с типом схемы а), с той разницей, что раскосы раскрепляются не поясом башни, а

поясами секций. Так как оба стержня решетки секции являются



неразрезными, коэффициенты расчетной длины приняты в соответствие с табл. 27,28,29 [10], где µ = 0,8·0,74=0,592 для всех элементов решетки.



Рис. 6. - Суммарное перемещения при действии полной ветровой нагрузки.

Таблица № 4

			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
№ Секции	Сечение	α	Критерий
1-2	L 125x8	0,91	Предельная гибкость
2.4	L 110 0	0.01	X7 V
3-4	L 110x8	0,91	Устоичивость при сжатии
5.6	I 100x9	0.01	Varaŭuupaari Hru avaruu
5-0	L 100X8	0,91	устоичивость при сжатии
7.8	L 100x7	0.80	Vетойширость при сусатии
/-8	L 100X/	0,00	устоичивость при сжатии
9_11	L 90v6	0.89	Vстойнивость при сусатии
2-11	L JOXO	0,07	устоичивоств при сжатии
12-14	L 75x6	0.80	Предец изд гибкости
12-14	LIJXO	0,00	предельная пискость



Изложенная в статье методика посекционного расчета позволяет наиболее точно учесть влияние внешних воздействий на сооружения башенного типа вида гиперболического параболоида и подобрать оптимальные сечения, о чем свидетельствуют значения коэффициентов запаса элементов секции α (табл. 4).

## Литература

- 1. Г.М. Кравченко, А.Ю. Манойленко, В.В. Литовка. Параметрическая архитектура // Инженерный вестник Дона, 2018, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5040.
- Гринько Е.А. Обзорные работы по геометрии, прочности, устойчивости, динамике и применению оболочек со срединными поверхностями различных классов // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2012. № 2. С. 15-21.
- Кривошапко С.Н., Мамиева И.А. Аналитические поверхности в архитектуре здании: конструкций и изделий: Монография. - М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. 328 с.
- Hrennikoff A. Solution of problems in elasticity by the framework method // J. Appl. Mech., 1941, 6, pp. 169-175.
- McHenry D.A. A lattice analogy for the solutions of plane stress problems // J. Inst. Civ. Eng., 1943, 21, pp. 59-82.
- 6. Алямовский А.А. Solidworks/CosmosWorks: инженерный анализ методом конечных элементов. М.: ДМК, 2004. 432 с.
- Басов К.А. Графический интерфейс комплекса Ansys. М: ДМК, 2006. 247 с.
- Городецкий А.С., Барабаш М.С., Сидоров В.Н. Компьютерное моделирование в задачах строительной механики. - М.: Издательство ACB, 2016. 338 с.



- 9. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. М.: ДМК Пресс, 2007. 600 с.
- 10. Кузнецов В.В. Справочник проектировщика Т.3. М.: АСВ, 1999.-528 с.
- Л.А. Барагунова, М.М. Шогенова . Потеря устойчивости стержня при неравномерно распределённой нагрузке // Инженерный вестник Дона, 2018, №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4810.

## References

- 1. Kravchenko G.M., Manoylenko A.Yu., Litovka V.V. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018, №2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5040.
- Grin'ko E.A. Montazhnye i spetsial'nye raboty v stroitel'stve. 2012. № 2. pp. 15-21.
- Krivoshapko S.N., Mamieva I.A. Analiticheskie poverkhnosti v arkhitekture zdanii: konstruktsiy i izdeliy [Analytical surfaces in the architecture of the building: structures and products]: Monografiya. M.: Knizhnyy dom «LIBROKOM», 2012. 328 p.
- Hrennikoff A. Solution of problems in elasticity by the framework method J. Appl. Mech., 1941, 6, pp. 169-175.
- McHenry D.A. A lattice analogy for the solutions of plane stress problems J. Inst. Civ. Eng., 1943, 21, pp. 59-82.
- Alyamovskiy A.A. Solidworks. CosmosWorks: inzhenernyy analiz metodom konechnykh elementov [Solidworks. CosmosWorks: Finite Element Engineering Analysis]. M.: DMK, 2004. 432 p.
- Basov K.A. Graficheskiy interfeys kompleksa Ansys [Graphic interface of the Ansys complex]. M: DMK, 2006. 247 p.
- Gorodetskiy A.S., Barabash M.S., Sidorov V.N. Komp'yuternoe modelirovanie v zadachakh stroitel'noy mekhaniki [Computer modeling in problems of structural mechanics]. M.: Izdatel'stvo ASV, 2016. 338 p.



- Perel'muter A.V., Slivker V.I. Raschetnye modeli sooruzheniy i vozmozhnost' ikh analiza [Design models of structures and the possibility of their analysis.]. M.: DMK Press, 2007. 600 p.
- 10.Kuznetsov V.V. Spravochnik proektirovshchika [Designer reference book] T.3. M.: ASV, 1999. 528 p.
- 11.Baragunova L.A., Shogenova M.M. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2018,
   №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4810.