

Тесная интеграция инерциально-спутниковых навигационных

систем, комплексируемых с одометром, на основе

использования электронных карт

С.А. Синютин¹, С.В.Соколов², В.И. Лукасевич³

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону ² Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону ³ ОАО «Центромашпроект», Москва

Аннотация: Рассмотрено решение задачи навигации на основе тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем, комплексируемых с одометром, и аппроксимации траектории движения объекта с помощью электронных карт (ЭК) совокупностью ортодромических траекторий. С учетом дискретного характера спутниковых измерений оценка параметров движения осуществляется последовательным применением двух нелинейных гауссовских фильтров: непрерывного – на интервале между спутниковыми измерениями (в т.ч. при их пропадании) и дискретно-непрерывного – при их появлении. Полученные таким образом оценки параметров движения, реализуемые на ортодромической траектории, имея минимальную размерность, обеспечивают принципиально точную привязку оцениваемых координат к истинной траектории движения, определяемой ЭК.

Ключевые слова: тесная интеграция, инерциально-спутниковые навигационные системы, одометр, электронные карты, ортодромическая траектория, гауссовский фильтр.

Одним из наиболее перспективных путей создания высокоточных систем позиционирования подвижных объектов в настоящее время является информации тесная интеграция навигационной ОТ спутниковых бесплатформенной систем (CHC) измерениями навигационных С инерциальной навигационной системы (БИНС) объекта. Но на сегодняшний современных алгоритмов разработка интеграции инерциальнодень HC спутниковых предполагает применение ЛИШЬ линеаризованных уравнений БИНС (т.н. «уравнений ошибок») и линеаризованных измерений СНС, адекватных реальному движению лишь на небольших интервалах времени [1-3], что при пропадании сигналов спутниковых измерений накладывает принципиальные ограничения на время автономного движения объекта.



В связи с этим возникает задача разработки такого подхода, который позволял бы решить задачу тесной интеграции инерциально-спутниковых НС в самом общем случае – без допущений о величине и характере ошибок измерения, о траектории движения объекта и пр., а также обеспечивал возможность обобщения этого решения на случай комплексирования с другими внешними измерителями, например, одометром. При последующей разработке данного подхода следует также иметь в виду, что точность решения задачи позиционирования наземных объектов, движущихся по известным с высокой точностью и отображаемым на электронных картах (**ЭК**) пространственным может быть траекториям, принципиально повышена за счет учета особенностей, характерных для данных траекторий. При использовании ЭК траектория движения объекта может быть, например, задана аналитически за счет кусочно-постоянной аппроксимация по высоте и кусочно-ортодромической – на сфере Земли. Т.к. подобные модели траекторий движения формируются на основе картографической информации [4-9], то они оказываются инвариантными к виду физической модели объекта и характеру его движения. Как показано ниже, такое использование ЭК, во-первых, существенно сокращает вычислительные затраты по сравнению с общим случаем движения, а во-вторых, повышает устойчивость процесса оценки навигационного вектора объекта. Цель статьи – решение задачи тесной интеграция инерциально-спутниковых навигационных комплексируемых систем, С одометром, на основе применения построенной по ЭК ортодромической модели пути с целью точности определения параметров движения объекта повышения И одновременного сокращения вычислительных затрат.

Математическая модель БИНС.

Для решения данной задачи далее используем правые системы координат (СК) (рис.1), приведенные ниже [10-12]:



невращающуюся инерциальную СК (ИСК) І Оξ₁η₁ζ₁ с началом в центре
 Земли;

- приборную СК (ПСК) *J* 0*xyz* с началом в центре масс (ЦМ) объекта и осями, направленными по ортогональным осям чувствительности измерителей навигационного комплекса объекта;

- сопровождающую (или географическую) СК (ССК) *S OXYZ* с началом в ЦМ объекта, осью *OY*, лежащей в плоскости местного меридиана; осью *OZ*, направленной от центра Земли; осью *OX*, дополняющей СК до правой;

- гринвичскую СК (ГрСК) $G \ O \xi \eta \zeta$, вращающуюся вместе с Землей.

Полагаем также, что в измерительный комплекс БИНС входят три датчика угловой скорости (ДУС) и три акселерометра.

Модели помех измерений чувствительных элементов (ЧЭ) аппроксимируем далее белым гауссовским шумом (БГШ), что не создает принципиальных ограничений при достижении поставленной цели, в силу того, что расширением вектора состояния НС за счет формирующих фильтров оказывается возможным получить модель помехи ЧЭ с любыми заданными статистическими характеристиками.

Основным допущением при последующем построении модели БИНС считаем то, что движение объекта по определенным на ЭК соответствующим точкам коллокации может быть аппроксимировано движением, кусочно-постоянным по высоте и кусочно-ортодромическим – на сфере Земли [10].



Рис.1. Ориентация осей СК.

В этом случае, как показано в [4], координаты объекта ξ, η, ζ в ГрСК оказываются связанными следующими зависимостями:

$$\xi = \cos P_0 \cdot P \cdot \eta - \sin P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2},$$

$$\zeta = \sin P_0 \cdot P \cdot \eta + \cos P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2},$$
(1)

где *P*,*P*₀,*a*,*a*₀,*a*₁ – постоянные параметры, определяемые координатами начальной и конечной точек ортодромической траектории,

которые, позволяя выразить через переменную η две другие координаты, обеспечивают возможность редукции системы уравнений состояния БИНС в общем случае движения (размерности 15) [10,11] к уравнениям БИНС при движении объекта по ортодромии (размерности 11), имеющим следующий вид [5]:



$$\begin{split} \dot{\mathbf{D}}^{(\nu)} &= \mathbf{D}_{\Theta} \left(Z_{d} - m_{d} - W_{d} \right), \\ \dot{\eta} &= V_{\eta}, \\ \dot{V}_{\eta} &= \left\{ \mathbf{G}(\Omega t) \mathbf{D}^{T} \right\}_{(2)} \left(Z_{a} - W_{a} \right) - \\ &- \frac{V_{\eta}^{2}}{r} |f_{1}(\eta) \ 0 \ f_{2}(\eta)| B^{T}(\eta) \left| \begin{array}{c} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{\eta}{\sqrt{r^{2} - \eta^{2}}} & 0 & 0 \end{array} \right| B(\eta) \left| \begin{array}{c} f_{2}(\eta) \\ 1 \\ -f_{1}(\eta) \end{array} \right| + g \frac{\eta}{r}, \end{split}$$
(2)

где V_{η} - проекция линейной скорости объекта на ось $O\eta$,

D – матрица направляющих косинусов поворота ПСК относительно ИСК, *d_{ij}* – *ij* -й элемент матрицы *D*, *i*, *j*=1,3,
 (v) – операция преобразования матрицы *A* (*dim A* = *m*×*n*) в вектор:

$$A^{(v)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} & a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} & \dots & a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}^{T},$$

$$D_{\Theta} = \begin{vmatrix} 0 & -d_{13} & d_{12} \\ 0 & -d_{23} & d_{22} \\ 0 & -d_{33} & d_{32} \\ d_{13} & 0 & -d_{11} \\ d_{23} & 0 & -d_{21} \\ d_{33} & 0 & -d_{31} \\ -d_{12} & d_{11} & 0 \\ -d_{22} & d_{21} & 0 \\ -d_{32} & d_{31} & 0 \end{vmatrix}, \qquad G(\Omega t) = \begin{vmatrix} \cos \Omega t & 0 & -\sin \Omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Omega t & 0 & \cos \Omega t \end{vmatrix},$$

 Ω - скорость вращения Земли, $\{\mathbf{G}(\Omega t)\mathbf{D}^T\}_{(2)}$ – вторая строка матрицы $\mathbf{G}(\Omega t)\mathbf{D}^T$, $Z_d = |Z_x \ Z_y \ Z_z|^T$ - вектор измерений трёх ортогональных ДУСов, $W_d = |W_x \ W_y \ W_z|^T$ – аддитивный вектор шумов измерения ДУСов, аппроксимируемый БГШ с нулевым матожиданием и матрицей



интенсивностей D_d , $m_d = \left| m_{d_x} m_{d_y} m_{d_z} \right|^T$ – вектор матожидания смещения нуля ДУСов, *g* - ускорение земного тяготения, *r* – радиус Земли,

 $B(\xi,\eta,\zeta) = \begin{vmatrix} \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} & 0 & -\frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} \\ -\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} & \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & \frac{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & -\frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} \\ \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} \\ \Re(\xi,\eta,\zeta) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} & 0 & 0 \end{vmatrix},$

$$f_1(\eta) = -(\sin P_0 \cdot P - 2\cos P_0 \cdot a_0 \cdot (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta),$$

$$f_2(\eta) = (\cos P_0 \cdot P + 2\sin P_0 \cdot a_0 \cdot (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1}\eta),$$

 $Z_{a} = |Z_{ax} \ Z_{ay} \ Z_{az}|^{T}$ - вектор измерений трёх ортогональных акселерометров, $W_{a} = |W_{a_{x}} \ W_{a_{y}} \ W_{a_{z}}|^{T}$ – вектор шумов измерения акселерометров, аппроксимируемый БГШ с нулевым средним и матрицей интенсивностей D_{a} .

При этом остальные навигационные параметры – параметры линейного движения $\xi, \zeta, V_{\xi}, V_{\zeta}$, определяются с помощью соотношений (1) и соотношений для проекций скорости V_{ξ}, V_{ζ} на оси $O\xi, O\zeta$, полученных дифференцированием (1):



$$V_{\xi} = (\cos P_0 \cdot P + 2\sin P_0 \cdot a_0 \cdot (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1} \eta) \cdot V_{\eta},$$

$$V_{\zeta} = (\sin P_0 \cdot P - 2\cos P_0 \cdot a_0 \cdot (\sqrt{a_1 - \eta^2})^{-1} \eta) \cdot V_{\eta}.$$
(3)

Очевидно, что по сравнению с общим случаем размерность системы (2) уменьшена на 4, что при реализации фильтра Калмана сокращает размерность последнего со 135 до 77. Дальнейшего сокращения размерности навигационного вектора можно добиться использованием известных нелинейных зависимостей между направляющими косинусами в матрице D_{Θ} , сократив их число до 6 [10,12] – в этом случае размерность фильтра Калмана сокращается до 44, но матрица D_{Θ} становится нелинейной. Подобный прием достаточно тривиален, поэтому здесь его рассматривать не будем.

Окончательно уравнения (2) в форме Ланжевена (ориентированной на применение алгоритмов стохастической фильтрации) могут быть представлены следующим образом:

$$\dot{Y}_{opm} = F_{opm} \left(Y_{opm}, t \right) + F_{opm \ 1} \left(Y_{opm}, t \right) \mu, \tag{4}$$

где $Y_{opm} = |d_{11} d_{21} \dots d_{33} \eta V_{\eta}|^T$, $Y_{opm}(0) = Y_{0 \ opm}$, $\mu = |W_d^T W_a^T|^T$, нелинейные векторная и матричная функции $F_{opm}(Y_{opm}, t), F_{opm \ 1}(Y_{opm}, t)$ приведены в Приложении.

Автономное оценивание навигационного вектора. При отсутствии спутниковых измерений наблюдение вектора параметров движения (4) может быть получено на основе применения дифференциального одометра (хронометрического спидометра), выходной сигнал которого считаем далее непрерывным, что соответствует современным скоростям подвижных объектов и технологическому уровню исполнения современных одометров. Информационная модель измерений хронометрического спидометра имеет в общем случае вид:



$$Z_{\mathcal{A}O} = k \sqrt{V_{\xi}^{2} + V_{\eta}^{2} + V_{\zeta}^{2}} + W_{\mathcal{A}O} = H(Y, t) + W_{\mathcal{A}O}, \quad (5)$$

где k – коэффициент пропорциональности, $H(Y,t) = k \sqrt{V_{\xi}^2 + V_{\eta}^2 + V_{\zeta}^2}$, $W_{\mathcal{A}\mathcal{O}}$ – помеха измерения, описываемая в общем случае БГШ с

нулевым математическим ожиданием и интенсивностью $D_{\mathcal{I}}$.

На ортодромической траектории с учетом соотношений (3) функция наблюдения H(Y,t) трансформируется к виду:

$$H(Y_{opm},t) = k\sqrt{V_{\xi}^{2} + V_{\eta}^{2} + V_{\zeta}^{2}} = k \cdot V_{\eta} \sqrt{(\cos P_{0} \cdot P + 2\sin P_{0} \cdot a_{0} \cdot (\sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{-1} \eta)^{2} + 1 + (\sin P_{0} \cdot P - 2\cos P_{0} \cdot a_{0} \cdot (\sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{-1} \eta)^{2}} = 0$$

$$= k \cdot V_{\eta} \sqrt{P^2 + 4 \cdot a_0^2 \cdot (a_1 - \eta^2)^{-1} \eta^2 + 1}$$

и явно зависит уже не только от скорости, но и координаты – т.е. от всех в данном случае параметров линейного движения, что существенно улучшает наблюдаемость вектора навигационных параметров объекта.

Уравнения (4,5), полученные в классической форме «объект-наблюдатель», позволяют построить соответствующий обобщенный фильтр Калмана [13] навигационных параметров для автономного движения по ортодромии (при отсутствии спутниковых измерений):

$$\hat{\hat{Y}}_{opm} = F_{opm}(\hat{Y}_{opm}, t) + K(\hat{Y}_{opm}, t) [Z_{\mathcal{A}O} - H(\hat{Y}_{opm}, t)], \qquad (6)$$

$$K(\hat{Y}_{opm}, t) = R(\hat{Y}_{opm}, t) \frac{\partial H^{T}(\hat{Y}_{opm}, t)}{\partial \hat{Y}_{opm}} D_{\mathcal{A}}^{-1}, \qquad (6)$$

$$\dot{R}(\hat{Y}_{opm}, t) = \frac{\partial F_{opm}(\hat{Y}_{opm}, t)}{\partial \hat{Y}_{opm}} R(\hat{Y}_{opm}, t) + R(\hat{Y}_{opm}, t) \frac{\partial F_{opm}^{T}(\hat{Y}_{opm}, t)}{\partial \hat{Y}_{opm}} + F_{opm1}(\hat{Y}_{opm}, t) D_{\mu}F_{opm1}^{T}(\hat{Y}_{opm}, t) + K(\hat{Y}_{opm}, t) D_{\mathcal{A}}K^{T}(\hat{Y}_{opm}, t), \qquad (6)$$

где \hat{Y}_{opm} - вектор текущей оценки вектора состояния HC $Y_{opm}(t)$,



 $R(\hat{Y}_{opm}, t)$ - апостериорная ковариационная матрица,

$$\hat{Y}_{opm_0} = M \left(Y_{opm_0} \right), \ R_0 = M \left\{ Y_{opm_0} - \hat{Y}_{opm_0} \right) \left(Y_{opm_0} - \hat{Y}_{opm_0} \right)^T \right\}.$$

При наличии спутниковых сигналов их можно использовать как отдельный наблюдатель, но более целесообразно их комплексировать с сигналами одометра. С этой целью проанализируем далее измерения СНС, рассматривая только доплеровские и кодовые измерения, обеспечивающие полное принципиальное решение задачи построения интегрированной НС с использованием показаний одометра.

Апостериорное оценивание навигационного вектора на основе тесной интеграции инерциально-спутниковых систем. В стандартном режиме информационная модель кодовых измерений (измерений псевдодальности) Z_R имеет вид [1-3,14]:

$$Z_{R} = \sqrt{(\xi_{c} - \xi)^{2} + (\eta_{c} - \eta)^{2} + (\zeta_{c} - \zeta)^{2}} + W_{Z_{R}} , \qquad (7)$$

где $\xi_{c}, \eta_{c}, \zeta_{c}$ – известные координаты спутника в гринвичской СК,

 W_{Z_R} - БГШ с нулевым средним и известной интенсивностью $D_{Z_R}(t)$, обусловленный алгоритмически нескомпенсированными ошибками часов приемника и спутников, ошибками, возникающими при прохождении сигналом атмосферы, инструментальными погрешностями и пр.

В свою очередь, информационный сигнал доплеровских измерений (псевдоскорости) ZV в стандартном режиме может быть представлен как [1-3,14]:

$$ZV = \left[{}^{(\xi_c - \xi)(V_{\xi c} - V_{\xi}) + (\eta_c - \eta)} (V_{\eta c} - V_{\eta}) + (\zeta_c - \zeta)(V_{\zeta c} - V_{\zeta}) \right] \times \left(\sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} \right) - 1 + {}^{W_{Z_V}},$$
(8)

где $V_{\xi c}, V_{\eta c}, V_{\zeta c}$ - проекции вектора скорости спутника на оси ГрСК,



WV - БГШ с нулевым средним и известной интенсивностью DZ^{*v*}(t), обусловленный инструментальными погрешностями передатчика и приемника, случайными погрешностями измерения и пр.

При движении по ортодромической траектории информационные модели спутниковых измерений (7,8) трансформируются с учетом приведенных ранее соотношений (1,3) следующим образом:

ZRopt =
$$\sqrt{(\xi_c - \cos P_0 \cdot P \cdot \eta + \sin P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2})^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \sin P_0 \cdot P \cdot \eta - \cos P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2})^2} + W^{Z_R} =$$

=

=HZRopt(Yopt,t) + W^{Z_R},

ZVорт

$$= [(\xi_{c} - \cos P_{0} \cdot P \cdot \eta - \sin P_{0} \cdot a_{0} \cdot \sqrt{a_{1} - \eta^{2}})(V_{\xi_{c}} - (\cos P_{0} \cdot P + 2\sin P_{0} \cdot a_{0} \cdot (\sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{-1}\eta) \cdot V_{\eta}) + \\ + (\eta_{c} - \eta) (V_{\eta_{c}} - V_{\eta}) + \\ + (\zeta_{c} - \sin P_{0} \cdot P \cdot \eta + \cos P_{0} \cdot a_{0} \cdot \sqrt{a_{1} - \eta^{2}})(V_{\xi_{c}} - (\sin P_{0} \cdot P - 2\cos P_{0} \cdot a_{0} \cdot (\sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{-1}\eta) \cdot V_{\eta})] \times \\ \sqrt{(\xi_{c} - \cos P_{0} \cdot P \cdot \eta - \sin P_{0} \cdot a_{0} \cdot \sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{2} + (\eta_{c} - \eta)^{2} + } \\ \times (\sqrt{(\xi_{c} - \sin P_{0} \cdot P \cdot \eta + \cos P_{0} \cdot a_{0} \cdot \sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{2}})^{-1} + W_{Z_{\nu}} = \\ = HZVopt(Yopt,t) + W_{Z_{\nu}}.$$

Несмотря на сложный вид приведенных выражений, функциональная зависимость полученных функций наблюдения спутниковых сигналов от параметров навигационного вектора здесь оказывается довольно простой для кодовых измерений:

HZRopt(Yopt,t)=

$$= \sqrt{\xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2 - 2[\xi_c \cos P_0 \cdot P + \eta_c + \zeta_c \sin P_0 \cdot P]\eta + 2[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]a_0\sqrt{a_1 - \eta^2}} = \sqrt{\Theta_1 + \Theta_2 \eta + \Theta_3 \sqrt{a_1 - \eta^2}},$$

и несколько сложнее для доплеровских:



HZVopt(Yopt,t)=

$$= [(\xi_{c} - \cos P_{0} \cdot P \cdot \eta - \sin P_{0} \cdot a_{0} \cdot \sqrt{a_{1} - \eta^{2}})(V_{\tilde{\varphi}} - (\cos P_{0} \cdot P + 2\sin P_{0} \cdot a_{0} \cdot (\sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{-1}\eta) \cdot V_{\eta}) + (\eta_{c} - \eta)(V_{r_{r}} - V_{\eta}) + (\zeta_{c} - \sin P_{0} \cdot P \cdot \eta + \cos P_{0} \cdot a_{0} \cdot \sqrt{a_{1} - \eta^{2}})(V_{\tilde{\varphi}} - (\sin P_{0} \cdot P - 2\cos P_{0} \cdot a_{0} \cdot (\sqrt{a_{1} - \eta^{2}})^{-1}\eta) \cdot V_{\eta})](\sqrt{\Theta_{1} + \Theta_{2}\eta + \Theta_{3}\sqrt{a_{1} - \eta^{2}}})^{-1},$$

где

 $\Theta_1 = \xi_c^2 + \eta_c^2 + \zeta_c^2 + r^2$, $\Theta_2 = -2[\xi_c \cos P_0 \cdot P + \eta_c + \zeta_c \sin P_0 \cdot P]$, $\Theta_3 = 2[\xi_c \sin P_0 - \zeta_c \cos P_0]a_0 -$ известные функции времени.

Комплексирование рассмотренных спутниковых измерений с показаниями одометра приводит к следующему виду интегрированного наблюдателя:

$$\operatorname{ZCO} = \begin{vmatrix} Z_{Ropm} \\ Z_{Vopm} \\ Z_{\mathcal{A}O} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_{ZRopm}(Y_{opm}, t) \\ H_{ZVopm}(Y_{opm}, t) \\ H(Y_{opm}, t) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} W_{Z_{R}} \\ W_{Z_{V}} \\ W_{\mathcal{A}O} \end{vmatrix} = \operatorname{HCO}(\operatorname{Yopm}, t) + \varepsilon_{CO},$$

где ^{*Е*_{СО}} - векторный БГШ с нулевым средним и матрицей интенсивностей

$$D_{CO} = \begin{vmatrix} D_{Z_R} & 0 & 0 \\ 0 & D_{Z_V} & 0 \\ 0 & 0 & D_{\mathcal{A}} \end{vmatrix}$$

Т.к. спутниковые измерения носят принципиально дискретный характер (в СНС ГЛОНАСС интервал между спутниковыми сообщениями достигает 2с [3,14]), то применение рассмотренного выше непрерывного фильтра не представляется возможным. При дискретных спутниковых измерениях задача оценивания навигационных параметров относится к классу задач непрерывно-дискретной фильтрации («непрерывный объект - дискретные наблюдения»), решение которой представляет собой совместное использование двух нелинейных гауссовских алгоритмов оценивания [13]: дискретного – в моменты времени приема измерений СНС и непрерывного (6) – на интервале времени между спутниковыми измерениями.



При этом следует иметь в виду, что гауссовский непрерывный фильтр используется только на интервалах времени [tK-1, tK], k=1,2,..., между дискретными спутниковыми измерениями, поэтому формирование начальных условий $\hat{Y}(t_{K-1})$, R (t_{K-1}) непрерывных уравнений оценивания вида (6) осуществляется по результатам дискретного оценивания $\hat{Y}_{K-1} = \hat{Y}(t_{K-1}+0)$, $R_{K-1} = R(t_{K-1}+0)$ навигационного вектора Y в момент времени tK-1:

 $\hat{Y}(t_{K-1}) = \hat{Y}_{K-1} = \hat{Y}(t_{K-1}+0), \mathbf{R}^{(t_{K-1})} = R_{K-1} = R(t_{K-1}+0).$

В свою очередь, начальные условия $\hat{Y}(t_K - 0) = \hat{Y}_{K0}, R(t_K - 0) = R_{K0}$ дискретного алгоритма оценивания в момент времени tK являются результатом интегрирования $\hat{Y}(t_K)$, $R^{(t_K)}$ уравнений непрерывной фильтрации (6) по окончании интервала [tK-1, tK]:

$$\hat{Y}(t_K - 0) = \hat{Y}_{K0} = \hat{Y}(t_K), \quad R(t_K - 0) = R_{K0} = R(t_K).$$

Приведенная связь конечных и начальных условий алгоритмов непрерывного и дискретного оценивания представляет собой важнейшее условие нормальной работы автономной НС и СНС в режиме тесной интеграции.

Итак, рассмотрим случай дискретного оценивания параметров движения – только в моменты приема навигационных сообщений. Здесь уже ранее рассмотренный комплексированный наблюдатель (спутниковые измерения + одометр) является дискретным:

ZCO (κ) = HCO(Yopt, κ) + \mathcal{E}_{CO} (κ),

где к =1,2,...- номер временного такта приема навигационного сообщения.

Алгоритм дискретного оценивания при подобном наблюдателе в соответствии с [13] имеет вид (индекс «орт» во избежание громоздкости выражения далее опустим):



$$\hat{Y}(t_{K}+0) = \hat{Y}_{K0} + R(t_{K}+0) \frac{\partial H_{CO}^{T}(\hat{Y}_{K0},\kappa)}{\partial \hat{Y}} D_{CO}^{-1} \left[Z_{CO}(\kappa) - H_{CO}(\hat{Y}_{K0},\kappa) \right],$$

$$R^{-1}(t_{K}+0) = R_{\kappa0}^{-1} + \frac{\partial H_{CO}^{T}(\hat{Y}_{K0},\kappa)}{\partial \hat{Y}} D_{CO}^{-1} \frac{\partial H_{CO}(\hat{Y}_{K0},\kappa)}{\partial \hat{Y}}.$$
(9)

С целью уменьшения вычислительных затрат на обращение апостериорной ковариационной матрицы R целесообразно использовать предложенный в [13] алгоритм, обеспечивающий эффективные вычисления при размерности вектора состояния, большей размерности вектора наблюдений (как в данном случае):

$$R(t_{K}+0) = R_{\kappa 0} R_{\kappa 0} \frac{\partial H_{CO}^{T}(\hat{Y}_{K0},\kappa)}{\partial \hat{Y}} \left\{ \frac{\partial H_{CO}(\hat{Y}_{K0},\kappa)}{\partial \hat{Y}} R_{\kappa 0} \frac{\partial H_{CO}^{T}(\hat{Y}_{K0},\kappa)}{\partial \hat{Y}} + D_{CO} \right\}^{-1} \frac{\partial H_{CO}(\hat{Y}_{K0},\kappa)}{\partial \hat{Y}} R_{\kappa 0}.$$

Последовательное использование алгоритмов оценивания (6), (9) позволяет решить задачу тесной интеграции СНС и БИНС, комплексированных с одометром, при дискретном характере спутниковых измерений в самом общем случае – без каких–либо допущений и упрощений [15, 16].

Результаты Моделирование моделирования. осуществлялось на временном интервале $t \in [0,1000] c$ с шагом $\Delta t = 0,01c$ методом Рунге-Кутты 4го порядка. Во избежание увеличения размерности уравнений фильтра при моделировании в качестве модели помех был использован аддитивный гауссовский вектор-шум с нулевым матожиданием и интенсивностью для: датчиков угловой скорости – (10-4рад/с)2с, акселерометров - (10-5 м/с2)2с, одометров – (10-2 м/с)2с, кодовых измерений – (15 м)2с, доплеровских измерений - (0.5 м/с)2с. Моделирование пропадания спутниковых сигналов осуществлялось на 400-й с на временном интервале 300 с. По окончании временного интервала моделирования максимальные ошибки компонентов вектора Y составили: по проекциям линейной скорости в $\Gamma pCK - 0.17$ м/с, по углам ориентации (после пересчета оценок направляющих косинусов) – 1.5



угл.мин., по гринвичским координатам – 9.8 м, что сопоставимо с точностью оценивания параметров линейного движения спутниковыми средствами в дифференциальном режиме (угловые параметры СНС оценить не позволяет) при отсутствии исчезновения спутниковых измерений.

Полученные результаты и численные оценки позволяют сделать вывод как о теоретическом решении задачи тесной интеграции СНС и БИНС с использованием внешних измерителей (одометров), так и о возможности эффективного практического использования предложенного подхода.

Результаты исследований, изложенные в данной статье, получены при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации проекта «Создание высокотехнологичного производства для изготовления комплексных реконфигурируемых систем высокоточного позиционирования объектов на основе спутниковых систем навигации, локальных сетей лазерных и СВЧ маяков и МЭМС технологии» по постановлению правительства №218 от 09.04.2010 г. Исследования проводились в ЮФУ.

Литература

- Инерциально-спутниковые системы: Сб. ст. и докл. / Сост. О.А. Степанов / Под общ. ред. академика РАН В.Г. Пешехонова. СПб. ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2001. 233 с.
- Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / Под общей ред. академика РАН В.Г. Пешехонова. СПб. ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 390 с.
- 3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. Перова А.И., Харисова В.Н. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
- Соколов С.В. Синтез аналитических моделей пространственных траекторий и их применение для решения задач спутниковой навигации // Прикладная физика и математика. 2013. - Т.1. Вып.2. С.3-12.



- 5. Лукасевич В.И., Соколов С.В., Стажарова Л.Н. Оценка параметров движения объекта интегрированной навигационной системой при использовании информации электронных карт // Авиакосмическое приборостроение. №5. 2014. С.24-33.
- Feigl K.L., King R.W., Herring T.A., Rotchacher M. A scheme for reducing the effect of selective availability on precise geodetic measurements from the Global Positioning System, Geophysical Research Letters. 18. - 1991. – P. 1289-1292.
- Lichten S.M., Border J.S. Strategies for high-precision Global Positioning System orbit Determination, J. Geophys. Res. 1987. - Vol. 92. P. 12751-12762.
- Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J. Some Surveying Problems. Proc. of sixth Int. Geodt. sym. on Satellite Positioning. Columbus. OHIO. 1992. -P. 336-344.
- Dow J.M., Feltens J., Duque P., Sarti F. A GPS orbit determination and analysis facility. Proc. of sixth Int. Geodt. sym. on Satellite Positioning. Columbus. OHIO. 1992. - P. 472-481.
- Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: Наука, 1966. 580 с.
- 11. Соколов С.В., Погорелов В.А. Основы синтеза многоструктурных бесплатформенных навигационных систем. М.: Физматлит, 2009. 184 с.
- Ишлинский А.Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 672 с.
- 13. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
- Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС (5.1 редакция). 2008, 74 с.
- 15. Клевцов С.И. Моделирование алгоритма краткосрочного прогнозирования изменения быстроизменяющейся физической величины



в реальном времени // Инженерный вестник Дона, №3, 2012г. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/920.

 Шаповалов В.Л., Морозов А.В., Зарифьян А.А., Хакиев З.Б., Явна В.А. Радиолокационные методы определения кинематических характеристик железнодорожного подвижного состава // Инженерный вестник Дона, №4, 2011г. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/565.

References

- Inertsialno-sputnikovie systemy [Inertial Satellite Systems]: Sat. Art. and rep. Comp. O.A. Stepanov. V.G. Peshehonov. SPb. GNC RF-CNII "Electropribor", 2001. 233 p.
- Anuchin O.N., Yemelyantsev G.I. Integrirovannie systemy orientacii I navigacii dlya morskih podvizhnih objektov [Integrated system for orientation and navigation of maritime objects] V.G. Peshehonov. SPb. SSC RF-CRI "Electropribor", 2003. 390 p.
- GLONASS. Principy postroeniya i funkcionirovaniya [Principles of construction and operation] Ed. A.I. Perov, Kharisova V.N. M.: Radio, 2010. 800p.
- 4. S.V. Sokolov. Prikladnaya fizika i matematika. 2013. Vol.1. Issue 2. pp. 3-12.
- 5. Lukasiewicz V.I., Sokolov S.V., Stazharova L.N. Aviakosmicheskoe priborostroenie. №5. 2014. pp. 24-33.
- Feigl K.L., King R.W., Herring T.A., Rotchacher M. A. Scheme for reducing the effect of selective availability on precise geodetic measurements from the Global Positioning System, Geophysical Research Letters. 18. 1991. pp. 1289-1292.
- Lichten S.M., Border J.S. Strategies for high-precision Global Positioning System orbit Determination, J. Geophys. Res. 1987. Vol. 92. pp. 12751-12762.



- Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J. Some Surveying Problems. Proc. of sixth Int. Geodt. sym. on Satellite Positioning. Columbus. OHIO. 1992. pp. 336-344.
- Dow JM, Feltens J., Duque P., Sarti F. A GPS orbit determination and analysis facility. Proc. of sixth Int. Geodt. sym. on Satellite Positioning. Columbus. OHIO. 1992. pp. 472-481.
- V.D. Andreev Teoriya inercialnoy navigatsii. Avtonomnie systemy [Theory of inertial navigation. Autonomous systems]. M .: Nauka, 1966 - 580 p.
- Sokolov S.V., V.A. Pogorelov Osnovy sinteza mnogostrukturnih besplatformennih navigacionnih system [Fundamentals of synthesis with multi strapdown navigation systems]. M .: FIZMATLIT, 2009. 184 p.
- 12. Ishlinskii A.U. Orientaciya, giroskopy I inercialnaya navigaciya [Orientation, gyroscopes and inertial navigation]. M .: Nauka, 1976. 672 p.
- V.I. Tikhonov, V.N. Kharisov Statistisheskiy analiz i sintez radiotehnisheskih ustroistv i system [Statistical analysis and synthesis of wireless devices and systems]. M.: Radio and Communications, 1991. 608 p.
- Interfeisniy kontrolniy document GLONASS [GLONASS Interface Control Document] (5.1 version). 2008, 74 p.
- 15. S.I. Klevtsov // Inženernyj vestnik Dona (Rus), №3, 2012. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n3y2012/920.
- V.L. Shapovalov, Morozov A.V., Zarifyan A.A., Khakiyev Z.B., Yavna V.A. // Inženernyj vestnik Dona (Rus), №4, 2011. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2011/565.