

## Численные исследования показателей разработки слоистого пласта на основе модели непоршневого вытеснения нефти водой

*Н.В. Гумерова, С.В. Овчинникова, М.А. Аханова*

*Тюменский индустриальный университет*

**Аннотация:** на основе модели непоршневого вытеснения нефти водой представлены математическая модель, алгоритм и программный продукт, позволяющий провести численные исследования показателей разработки слоистого пласта с учетом способа заводнения месторождения: водой пластовой температуры или горячей водой.

**Ключевые слова:** уравнение неразрывности, уравнение теплопереноса, непоршневое вытеснение нефти водой, конечно-разностная схема.

Рассмотрим процесс непоршневого вытеснения нефти горячей водой. Для этого предположим, что рассматривается крупномасштабное приближение, т.е. пренебрегаем влиянием капиллярных эффектов и теплопроводностью системы в направлении фильтрации на процесс вытеснения нефти.

При сделанных предположениях уравнение неразрывности и уравнения теплопереноса при непоршневом вытеснении нефти водой запишутся в виде:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + v(t) \frac{\partial f(s)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$(c_B \rho_B v_B + c_H \rho_H v_H) \frac{\partial T}{\partial x} + [c_T \rho_T (1-m) + c_B \rho_B m s + c_H \rho_H m (1-s)] \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{2q_T}{h} = 0, \quad (2)$$

Начальные и граничные условия для уравнения (1) запишутся в следующем виде:

$$s(x,0) = s_0, \quad (3)$$
$$s(0,t) = \max_T s^0 [T(0,t)].$$

Граничное условия для водонасыщенности  $s$  записано с условием того, что величина остаточной нефтенасыщенности на входе в пласт не может увеличиваться самопроизвольно [1].

Отметим, что тепловые потери пласта можно рассчитать приближенно с использованием закона теплообмена Ньютона:

$$q_T = \alpha(T - T_0), \quad (4)$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплообмена Ньютона.

Таким образом, можно получить аналитическое решение указанной задачи, т.е. найти распределение водонасыщенности  $s$ , температуры  $T$  в пласте на любой момент времени  $t$ . Однако, эти решения очень сложны и менее точны [2-5].

При учете тепловых потерь по схеме Ловерье, являющейся более точной, решение поставленной задачи можно получить только численно. Покажем, какой вид будут иметь разностные аналоги уравнения (1) при использовании конечно - разностной схемы.

Вводя пространственно – временную решетку (рис. 1), аппроксимирующую непрерывное пространство переменных  $x$  и  $t$  дискретным, и проводя почленное интегрирование уравнений по  $x$  от  $x_{i-1/2}$  до  $x_{i+1/2}$  и по  $t$  от  $t^n$  до  $t^{n+1}$ , последовательно получим:

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} m \frac{\partial s}{\partial t} dx dt \cong m \int_{t^n}^{t^{n+1}} \frac{\partial s}{\partial t}(x_i) dt \Delta x = m \Delta x \frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\Delta t}, \quad (5)$$

где использованы обозначения  $s_i^{n+1} = s(x_i, t^{n+1})$ ,  $\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$ ,  $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ .

Аналогично:

$$\begin{aligned} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} v(t) \frac{\partial f}{\partial x} dx dt &= \int_{t^n}^{t^{n+1}} v(t) [f_{i+1/2}(t) - f_{i-1/2}(t)] dt = \\ &= [\sigma v^{n+1} (f_{i+1/2}^{n+1} - f_{i-1/2}^{n+1}) + (1 - \sigma) v^n (f_{i+1/2}^n - f_{i-1/2}^n)] \Delta t, \end{aligned} \quad (6)$$

где величина  $\sigma$  называется весом,  $0 \leq \sigma \leq 1$ .

Подставляя полученные результаты в уравнение (1), получим:

$$m \Delta x \frac{s_i^{n+1} - s_i^n}{\Delta t} + [\sigma v^{n+1} (f_{i+1/2}^{n+1} - f_{i-1/2}^{n+1}) + (1 - \sigma) v^n (f_{i+1/2}^n - f_{i-1/2}^n)] = 0. \quad (7)$$

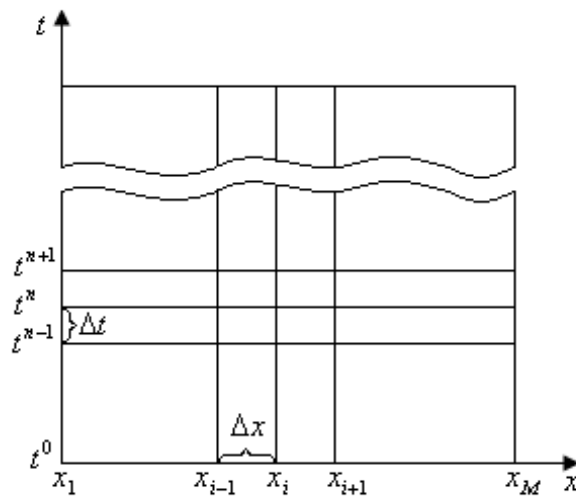


Рис. 1. Аппроксимация непрерывного пространства переменных  $x$  и  $t$  дискретным:

$x_i$  - координата  $i$ -го узла пространственной шкалы  $X$ ;  
 $t^n$  - значение времени, соответствующего  $n$ -ому слою временной шкалы  $t$ ,  $t^n = t^0 + n\Delta t$

Полученное уравнение (7) называется конечно - разностной схемой с весами или просто схемой с весами. Придавая весу  $\sigma$  значение от 0 до 1, можно получить любую схему от чисто явной ( $\sigma = 0$ ) до чисто неявной ( $\sigma = 1$ ).

Явная схема (7) при  $\sigma = 0$  называется потому, что на новом временном слое  $n+1$  (т.е. для нового момента времени  $t^{n+1}$ ) в этом случае остается только одна неизвестная  $s_i^{n+1}$  (все величины на предыдущем временном слое  $n$  считаются известными), относительно которой решение уравнения записывается в явной форме:

$$s_i^{n+1} = s_i^n + \frac{v^n \Delta t}{m \Delta x} (f_{i-1}^n - f_i^n). \quad (8)$$

При использовании неявной схемы ( $\sigma = 1$ ) уравнение можно записать в виде:

$$s_i^{n+1} = s_i^n + \nu^{n+1} \frac{\Delta t}{m\Delta x} (f_{i-1}^{n+1} - f_i^{n+1}), \quad (9)$$

куда входят уже две неизвестные величины  $s_i^{n+1}$  и  $f_i^{n+1} \equiv f(s_i^{n+1})$ .

Поскольку решение уравнений подобного типа ведется слева направо, т.е. от точки  $i-1$  к точке  $i$ , величины  $s_{i-1}^{n+1}$  и, следовательно,  $f_{i-1}^{n+1}$  считаются известными. Уравнение (9) можно записать в несколько иной форме, показывающей его нелинейность:

$$x = \varphi(x), \quad (10)$$

где  $x = s_i^{n+1}$ ,  $\varphi(x) = s_i^n + \frac{\nu^{n+1} \Delta t}{m\Delta x} (f_{i-1}^{n+1} - f_i^{n+1})$ .

Решение последнего уравнения можно получить, применяя один из известных итерационных методов решения нелинейных уравнений [3].

Очевидно, что при использовании одного из двух рассмотренных методов предпочтение следует отдать явной схеме как более быстрой [6-8].

При использовании явной схемы шаг по времени нельзя выбирать произвольным. Покажем, каким будет условие на шаг. Очевидно, что для насыщенности  $s_i^{n+1}$  должно существовать естественное ограничение, подставляя которое в (8), последовательно получим:  $s_i^{n+1} \leq 1$

$$s_i^n + \frac{\nu \Delta t}{m\Delta x} (f_{i-1}^n - f_i^n) \leq 1, \quad (11)$$
$$\frac{\nu \Delta t}{m\Delta x} \leq \frac{1 - s_i^n}{f_{i-1}^n - f_i^n} = \frac{1}{\left( \frac{f_{i-1}^n - f_i^n}{1 - s_i^n} \right)} \leq \frac{1}{\max_s f'(s)},$$

откуда

$$\Delta t \leq \frac{m\Delta x}{\nu \max_s f'(s)}. \quad (12)$$

Для расчета температурного поля пласта воспользуемся следующей формулой Ловерье [9,10]:

$$\Delta T = \Delta T_1 \operatorname{erfc}(z); \quad z = \frac{\lambda_{TK} x}{ah \sqrt{\chi_{TK} \left( t - \frac{b}{a} x \right)}}; \quad (13)$$
$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz, \quad t \geq \frac{bx}{a}$$

где коэффициенты  $a$ ,  $b$  рассчитываются по формулам:

$$a = c_B \rho_B \nu_B + c_H \rho_H \nu_H, \quad (14)$$
$$b = c_T \rho_T (1 - m) + c_B \rho_B m (1 - s_{НОСТ}) + c_H \rho_H m s_{НОСТ}.$$

При расчетах нефтеотдачи пласта вводится определенный вид зависимости вязкости воды и нефти от температуры, который определяется характером изучаемой нефти. Часто можно с удовлетворительной точностью аппроксимировать вязкость воды и нефти выражениями вида:

$$\mu_i = (a_i + \beta_i T)^{-1}, \quad (15)$$

где  $i = 1, 2$  - соответственно индексы для воды и нефти [8].

Алгоритм расчета нефтеотдачи на основе модели непоршневого вытеснения нефти горячей водой с учетом представленной математической модели будет следующий.

Примем, что остаточная насыщенность пласта нефтью изменяется по экспериментально определенному закону:

$$s_{НОСТ} = s_{НОСТ} * e^{-2.554 \cdot 10^{-3} \Delta T}.$$

Вязкость воды и нефти определяется соотношениями:

$$\mu_B(T) = \frac{1}{0.419 + 0.0315T},$$
$$\mu_H(T) = \frac{1}{-0.049 + 0.0053T}.$$

1) Вводим исходные данные для расчета:  $l$ ,  $b$ ,  $s_{CB}$ ,  $\Delta p$ ,  $h_1$ ,  $k_1$ ,  $m_1$ ,  $h_2$ ,  $k_2$ ,  $m_2$ ,  $c_T$ ,  $\rho_T$ ,  $c_B$ ,  $\rho_B$ ,  $c_H$ ,  $\rho_H$ ,  $\lambda_{TK}$ ,  $\chi_{TK}$ ,  $T_{пл}$ ,  $T_B$ .

- 2) Вводим расчетное время  $t$ . Минимальное значение расчетного времени равно 1 кварталу, т.е. 0,25 года.
- 3) Находим распределение водонасыщенности с помощью метода конечных – разностей по формуле (8).
- 4) Находим распределение температуры в пласте.
- 5) Находим текущую обводненность пропластков.
- 6) Аналогично предыдущим методам находим текущую нефтеотдачу двухслойного пласта.

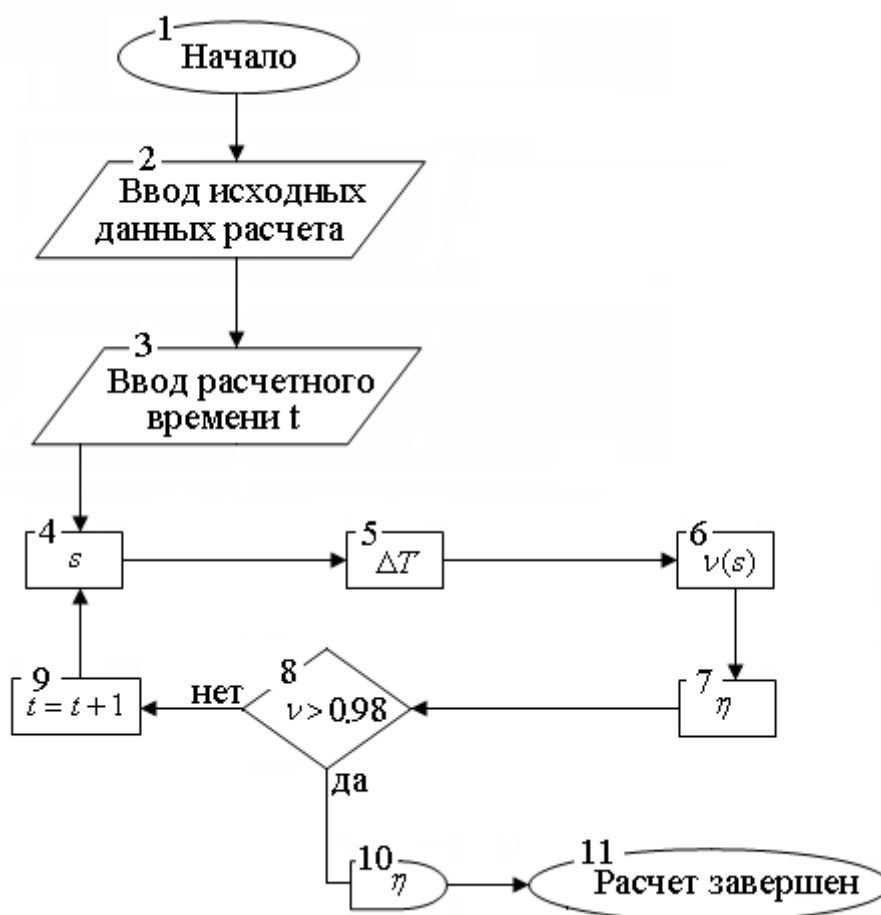


Рис. 2. Блок - схема расчета нефтеотдачи на основе модели непоршневого вытеснения нефти горячей водой

На основе описанного алгоритма разработан программный продукт для расчета нефтеотдачи двухслойного пласта. Программа позволяет выбрать

один из способов заводнения месторождения: водой пластовой температуры или горячей водой.

При выборе закачки воды пластовой температуры появляется окно программного продукта, представленное на рис. 3. При расчете нефтеотдачи принимались следующие начальные данные: расстояние между линиями нагнетательных и эксплуатационных скважин  $l$  - 500м; ширина пласта  $b$  - 500м; насыщенность связной водой  $s_{CB}$  - 0,05; перепад давлений  $\Delta p$  - 1,2МПа; вязкость нефти  $\mu_H$  - 3мПа\*с; вязкость воды  $\mu_B$  - 1мПа\*с. Характеристики первого пропластка: мощность  $h_1$  - 15м; проницаемость  $k_1$  - 0,5мкм<sup>2</sup>; пористость  $m_1$  - 0,2. Характеристики второго пропластка: мощность  $h_2$  - 5м; проницаемость  $k_2$  - 0,2мкм<sup>2</sup>; пористость  $m_2$  - 0,15.

Для расчета по определенной схеме вытеснения нефти водой необходимы еще дополнительные данные. При поршневом вытеснении: остаточная нефтенасыщенность первого пропластка  $s_{НОСТ1}$  - 0,2; остаточная нефтенасыщенность второго пропластка  $s_{НОСТ2}$  - 0,4; относительная фазовая проницаемость по нефти  $k_H$  - 1; относительная фазовая проницаемость по воде  $k_B$  - 0,5. При непоршневом вытеснении нефти водой: водонасыщенность на входе в первый пропласток  $s_{*1}$  - 0,8; водонасыщенность на входе во второй пропласток  $s_{*2}$  - 0,6; коэффициент охвата пласта заводнением первого пропластка  $k_{ОХВ1}$  - 0,75; второго пропластка  $k_{ОХВ2}$  - 0,5.

Следующим необходимым параметром является расчетное время, которое выражается в годах. Для того, чтобы рассчитать изменение коэффициента нефтеотдачи с периодичностью в квартал или полгода необходимо задать расчетное время равным 0,25 или 0,5 соответственно (рис. 3).

Общие данные:				Поршневое вытеснение:			
l	500	p1-p2	1,2	Сност1	Сност2	кн	кв
b	500	Мн	3	0,2	0,4	1	0,5
Scв	0,05	Мв	1	Непоршневое вытеснение:			
h1	15	h2	5	Кохв1	Кохв2	S*1	S*2
k1	0,5	k2	0,2	0,75	0,5	0,8	0,6
m1	0,2	m2	0,15	Расчетное время (в годах): <input type="text" value="1"/>			

Рассчитать:

Поршневое    Непоршневое    Сравнить методы

Результаты:

Поршневое вытеснение нефти:

Таблица результатов для поршневого вытеснения

Время обводнения пропластков (лет): 1 пропласток  2 пропласток

Непоршневое вытеснение нефти:

Таблица результатов для непоршневого вытеснения

Время безводной разработки пропластков (лет): 1 пропласток  2 пропласток

Рис. 3. Расчет вытеснения нефти водой пластовой температуры

Результаты расчета выводятся в виде таблиц, в первой строке которых указывается изменение расчетного времени, а во второй изменение коэффициента нефтеотдачи в зависимости от времени. При непоршневом вытеснении нефти водой указывается также значение обводненности добываемой продукции. При расчете максимальным значение обводненности принималось 98%. После того как произведены все основные расчеты, становится доступной функция сравнения (кнопка «Сравнить методы»).

При расчете непоршневого вытеснения нефти водой показано время безводной нефтеотдачи пропластков, т.е. время, за которое фронт вытеснения нефти водой подойдет к добывающим скважинам (рис. 4).



**Общие данные:**

$l$	500	$p_1-p_2$	1,2
$b$	500	$M_n$	3
$s_{св}$	0,05	$M_v$	1
$h_1$	15	$h_2$	5
$k_1$	0,5	$k_2$	0,2
$m_1$	0,2	$m_2$	0,15

**Поршневое вытеснение:**

$S_{ност1}$	$S_{ност2}$	$k_n$	$k_v$
0,2	0,4	1	0,5

**Непоршневое вытеснение:**

$K_{охв1}$	$K_{охв2}$	$S^*1$	$S^*2$
0,75	0,5	0,8	0,6

Рассчитать: Расчетное время (в годах):

Поршневое
Непоршневое
Сравнить методы

**Результаты:**

**Поршневое вытеснение нефти:**

	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$
КИН	0,124	0,256	0,397	0,55	0,711	0,731

Время обводнения пропластков (лет): 1 пропласток  2 пропласток

**Непоршневое вытеснение нефти:**

	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$	$t=7$	$t=8$
КИН	0,07	0,13	0,2	0,26	0,33	0,36	0,37	0,39
$v$	0	0	0	0	0	0,792	0,833	0,858

Время безводной разработки пропластков (лет): 1 пропласток  2 пропласток

Возврат к выбору метода заводнения - Выход

Рис. 4. Вывод результатов расчета

При выборе закачки горячей воды появляется окно расчета, представленное на рис. 5. При расчете нефтеотдачи вытеснения нефти горячей водой принимались следующие начальные данные: расстояние между линиями нагнетательных и эксплуатационных скважин  $l$  - 500м; ширина пласта  $b$  - 500м; насыщенность связной водой  $s_{св}$  - 0,05; перепад давлений  $\Delta p$  - 1,2МПа; удельная теплоемкость горных пород  $c_T$  - 1,3кДж/(кг\*К); плотность пород  $\rho_T$  - 2,5кг/м<sup>3</sup>; удельная теплоемкость воды  $c_B$  - 4,19кДж/(кг\*К); плотность воды  $\rho_B$  - 1кг/м<sup>3</sup>; удельная теплоемкость нефти  $c_H$  - 2,1кДж/(кг\*К); плотность нефти  $\rho_H$  - 0,85кг/м<sup>3</sup>; теплопроводность окружающих пласт пород  $\lambda_{ТК}$  - 2,6\*10<sup>2</sup>кДж/(м\*сут\*К); их

температуропроводность  $\chi_{TK}$  - 0,078 м<sup>2</sup>/сут; температура пласта  $T_{пл}$  - 203,2К;  
 температура закачиваемой воды  $T_B$  - 303,2К.

Общие данные для пропластков:				Параметры пропластков:				
l	500	S <sub>св</sub>	0,05	h1	15	h2	5	
b	500	p1-p2	1,2	k1	0,5	k2	0,2	
Св	4,19	Сн	2,1	m1	0,2	m2	0,15	
pв	1	pн	0,85	S <sub>ност1</sub>	0,2	S <sub>ност2</sub>	0,4	
Ст	1,3	Lтк	2,6	Поршневое вытеснение:				
pт	2,5	χтк	0,078	кн	1	Мн	3	
T <sub>пласта</sub>	293	T <sub>воды</sub>	373	кв	0,5	Мв	1	
Расчетное время (в годах): 1				Непоршневое вытеснение:				
Рассчитать:				Кохв1	0,75	Кохв2	0,5	
<input checked="" type="button" value="Поршневое"/> <input type="button" value="Непоршневое"/> <input type="button" value="Сравнить методы"/>				Результаты:				
				Поршневое вытеснение нефти:				
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
КИН	0,124	0,256	0,397	0,55	0,711	0,731	0,747	0,747
				Непоршневое вытеснение нефти:				
	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7	t=8
КИН	0,063	0,125	0,188	0,25	0,313	0,376	0,438	0,501
v	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
				Возврат к выбору метода заводнения - <input type="button" value="Выход"/>				

Рис. 5. Расчет вытеснения нефти горячей водой

Для определения коэффициента нефтеотдачи учитываются также следующие данные по пропласткам. Характеристики первого пропластка: мощность  $h_1$  - 15м; проницаемость  $k_1$  - 0,5мкм<sup>2</sup>; пористость  $m_1$  - 0,2; остаточная нефтенасыщенность  $s_{НОСТ1}$  - 0,2. Характеристики второго пропластка: мощность  $h_2$  - 5м; проницаемость  $k_2$  - 0,2мкм<sup>2</sup>; пористость  $m_2$  - 0,15; остаточная нефтенасыщенность  $s_{НОСТ2}$  - 0,4.

Для расчета по определенной схеме вытеснения нефти водой необходимы еще дополнительные данные (при непоршневом вытеснении нефти водой): коэффициент охвата пласта заводнением первого пропластка

$k_{OXB1}$  - 0,75; второго пропластка  $k_{OXB2}$  - 0,5. Результаты расчета, аналогично предыдущему случаю, выводятся в виде таблиц.

### Литература

1. Золотухин А.Б. Моделирование процессов извлечения нефти из пластов с использованием методов увеличения нефтеотдачи. Уч. пособие. М.: Московский институт нефти и газа им. И.М. Губкина, 1990, 267 с.

2. Байдин И.И., Коваленко А.В., Гумерова Н.В., Коваленко А.В. Анализ динамики внедрения пластовой воды в газовую залежь в условиях сокращения добычи газа // Известия высших учебных заведений нефть и газ. 2018. №6. С. 41-44.

3. Григорян Л.А., Тимофеева Е.Ф. Математическое моделирование задачи разработки нефтяных месторождений // Естественные и математические науки в современном мире. 2014. № 18. С. 52-62.

4. Филиппов А.И., Ахметова О.В. Температурное поле в пласте и скважине // Монография. Акад. наук Республики Башкортостан, ГАНУ "Ин-т прикладных исслед.", ФГБОУ ВПО СГПА им. З. Бишевой. Уфа, 2011, 329 с.

5. Рамазанов А.Ш., Исламов Д.Ф. Аналитическая модель температурного поля в неоднородном пласте // Булатовские чтения. 2018. Т. 1. С. 186-195.

6. Черемисин Н.А., Сонич В.П., Батурин Ю.Е. Методика обоснования остаточной нефтенасыщенности при водонапорном режиме эксплуатации пластов // Нефтяное хозяйство. 1997. №9. С. 58-61.

7. Гумерова Н.В., Нихманова М.Р. Изучение модели вытеснения нефти из пластов горячей водой. Материалы VI Региональной научно-технической конференции «Новые технологии – нефтегазовому региону». 2007. С. 4-7.

8. Рубинштейн Л.И. Температурные поля в нефтяных пластах. М.: Недра, 1972, 276 с.



9. De Oliveira Pádua K.G. Nonisothermal gravitational equilibrium model // SPE Reservoir Evaluation and Engineering. 1999. V. 2. № 2. pp. 211-217.

10. Wang Z., Gao D. A simulation study on the high-frequency electromagnetic heating heavy oil reservoir and analysis of influencing factors // Arabian Journal for Science and Engineering. 2019. pp. 1-13.

### References

1. Zolotuxin A.B. Modelirovanie processov izvlecheniya nefti iz plastov s ispol'zovaniem metodov uvelicheniya nefteotdachi [Modeling of oil recovery from reservoirs using methods of increasing oil recovery]. Uch. posobie. M.: Moskovskij institut nefti i gaza im. I.M. Gubkina, 1990, 267 p.

2. Bajdin I.I., Kovalenko A.V., Gumerova N.V., Kovalenko A.V. Izvestiya vy`sshix uchebny`x zavedenij nefi` i gaz. 2018. №6. pp. 41-44.

3. Grigoryan L.A., Timofeeva E.F. Estestvenny`e i matematicheskie nauki v sovremennom mire. 2014. № 18. pp. 52-62.

4. Filippov A.I., Axmetova O.V. Temperaturnoe pole v plaste i skvazhine [Temperature field in reservoir and well]; monografiya. Akad. nauk Respubliki Bashkortostan, GANU "In-t prikladny`x issled.", FGBOU VPO SGPA im. Z. Biishevoj. Ufa, 2011, 329 p.

5. Ramazanov A.Sh., Islamov D.F. Bulatovskie chteniya. 2018. V. 1. pp. 186-195.

6. Cheremisin N.A., Sonich V.P., Baturin Yu.E. Neftyanoje xozyajstvo. 1997. №9. pp. 58-61.

7. Gumerova N.V., Nixmanova M.R. VI Regional`noj nauchno-texnicheskoj konferencii «Novy`e texnologii – neftegazovomu regionu». 2007. pp. 4-7.

8. Rubinshtejn L.I. Temperaturny`e polya v neftyany`x plastax. [Temperature fields in oil reservoirs] M.: Nedra, 1972, 276 p.

9. De Oliveira Pádua K.G. SPE Reservoir Evaluation and Engineering. 1999. V. 2. № 2. pp. 211-217.



10. Wang Z., Gao D. Arabian Journal for Science and Engineering. 2019. pp. 1-13.