Методика расчета овального элемента заполнителя трехслойной конструкции

И.И. Смирнов, К.В. Кротова

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Аннотация: В данной статье приведены основные допущения и расчетная схема, позволяющие получить приближенную методику расчета заполнителя трехслойных конструкций, обладающих достаточно большой деформативностью, т.е. конструкций, прогибы которых сравнимы с толщиной трехслойного пакета в целом.

Ключевые слова: деформативность, нагрузка, заполнитель, нагрузка, энергия, энергопоглощающий элемент, шарнир, скорость перемещения, слой, упругость.

Экспериментальные исследования трехслойных конструкций показывают, что они обладают достаточно большой деформативностью, т.е. прогибы конструкций сравнимы с толщиной трехслойного пакета в целом. Поэтому при построении теорий трехслойных конструкций, которые могут быть применены для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных пластин и оболочек в области реальных нагрузок, необходимо использовать для описания деформации несущих слоев зависимости нелинейной теории (геометрической и физической).

В качестве заполнителя могут быть использованы часто поставленные элементы, в которых происходит диссипация энергии за счет деформации пластического прогиба пластин или стержней. Элементы такого типа отличаются простотой формы и конструкции, хорошо компонуются в межслойном пространстве.

Рассмотрим энергопоглощающий элемент (далее ЭПЭ), имеющий форму, показанную на рис. 1.

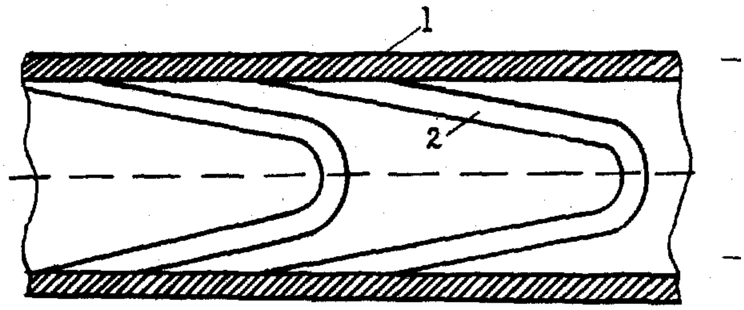

Рис. 1. – Энергопоглощающий элемент заполнителя (вариант):
1 – несущий слой; 2 – элемент заполнителя

Если ЭПЭ выполнен из коротких оболочек, половина поперечного сечения которых имеет форму рассматриваемого стержня, то разбив оболочку по длине на равные кольца и определив реактивную нагрузку для элемента типа овального стержня с прямоугольным или квадратным сечением, можно найти общую реактивную нагрузку суммированием по числу колец.

Такое допущение достаточно обосновано, так как ЭПЭ имеет небольшую длину и нагрузка по длине каждого элемента меняется незначительно, т.е. в пределах ЭПЭ ее можно считать постоянной.

ЭПЭ такой конструкции являются плоскими системами и к их расчету применимы методы определения перемещений в плоских системах за пределами упругости.

Для определения перемещения используем теорему Кастильяно [1]:

$$w = \frac{\partial \Pi}{\partial F}, \qquad (1)$$

где *w*- перемешение; П - потенциальная энергия системы; F - сила, действующая на систему.

Представим выражения для изгибающего момента в виде:

$$M = M_F + M_1 \cdot \vec{X}_1 \qquad (2)$$

где М $_F$ - изгибающий момент, возникающий в системе под действием заданной системы внешних сил; $\vec{X}_1$ - единичная сила; M_1 - изгибающий момент, возникающий в поперечном сечении стержня под действием единичной силы, приложенной в рассматриваемой точке в заданном направлении. [1 – 5]

Работа изгиба единицы стержня равна:

$$dA = \frac{1}{2}M \cdot d\theta, \tag{3}$$

где θ - угол поворота сечения стержня [$d\vartheta = \frac{1}{\rho}\,dx$, $\rho = \left(\frac{E_0 \cdot J_0}{M}\right)^k$]; ρ - радиус кривизны стержня; J_0 - обобщенный осевой момент инерции.

Тогда, $dA = \frac{M^{k+1}}{2 \cdot (E_0 \cdot J_0)^k} \cdot dx.$ (4)

Потенциальная энергия изгиба стержня определяется из выражения:

$$\Pi = \int_0^l \frac{M^{k+1}}{2(E_0 \cdot J_0)^k}\,dx = \int_0^l \frac{\left(M_F + M_1 \cdot \vec{X}_1\right)^{k+1}}{2 \cdot (E_0 \cdot J_0)^k}\,dx, \tag{5}$$

Перемещение точки приложения силы $\vec{X}_1$ от действия приложенной нагрузки равно:

$$w = \frac{\partial \Pi}{\partial \vec{X}_1}\Big|\vec{X}_1 = 0 = \int_0^l \frac{k+1}{2 \cdot (E_0 \cdot J_0)^k} M_F^k \cdot \vec{M}_1\,dx. \tag{6}$$

При совместном действии изгибающего момента и нормальной силы нейтральная линия сечения стержня и ее новое положение определяется соотношением:

$$\frac{S_0}{J_0} = \frac{N}{M}, \tag{7}$$

где S_0 и J_0 - обобщенные статический момент и осевой момент инерции, вычисленные относительно смещенной нейтральной оси поперечного сечения стержня. Обобщенный момент инерции в случае действия осевой силы N в выражении (7) вычисляется тоже относительно нового положения нейтральной оси.

Если стержень состоит из нескольких участков с постоянной в пределах каждого участка жесткостью, то перемещение какой-либо точки нейтральной оси стержня выражается суммой интегралов по участкам длины:

$$w = \sum_{i-1}^{n} \frac{k+1}{2\cdot(E_0\cdot J_0)_i^k} \int_0^{l_i} M_F^k \cdot M_i \, dx \qquad (8)$$

В общем случае интеграл (8) аналитического решения не имеет и перемещение может быть определено численным интегрированием. Однако, если эпюры моментов внешних сил и единичных нагрузок прямолинейны, интегрирование может быть выполнено аналитически. [6 – 10]

Так как в общем случае выражение для моментов имеет вид:

$$M_F = M_{F0} + Q_F \times x;$$

$$M_1 = M_{10} + Q_1 \cdot x, \qquad (9)$$

где M_{F0}, M_F - моменты внешних сил в начале участка и в сечении x; Q_F и Q_1 - поперечные силы от внешних и единичных нагрузок.

Если эпюры внешних и единичных моментов прямолинейны, то для трапециевидных эпюр может быть использован способ определения перемещения, подобный способу Верещагина:

$$w = \sum_{i=1}^{n} \frac{k+1}{2\cdot(E_0\cdot J_0)_i^k} \int_0^{l_i} M_F^k \cdot M_1 \cdot dx = \sum_{i=1}^{n} \frac{k+1}{2\cdot(E_0\cdot J_0)^k} \int_0^{l_i} (M_{F0} + Q_F\cdot x)^k \cdot \times$$

$$(M_{10} + Q_{10}x)\cdot dx =$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{k+1}{2\cdot(J_0\cdot E_0)^k} \times \left[\frac{Q_i\cdot M_{Fk}^{k+2} - M_{F0}^{k+2}}{Q_F^2\cdot(k+2)} + \frac{(M_{10}\cdot Q_F - M_0\cdot Q_1)(M_{Fk}^{k+1} - M_{F0}^{k+1})}{Q_F^2\,(k+1)}\right] \qquad (10)$$

где $(E_0 \cdot J_0)_i$ и l_i - жесткость и длина i -го участка. Моменты и поперечные силы входят в выражения (3.25) со своими знаками. В тех случаях, когда отдельные входящие в формулу величины равны нулю, вычисление перемещений упрощается.

В этом случае:

$$w = \sum_{i=1}^{n} \frac{k+1}{2 \cdot (E_0 \cdot J_0)_i^k} \cdot V, \tag{11}$$

где V - функция M, Q, I.

Значения функции V приведены в таблицах, в литературе, посвященной рассмотрению метода Верещагина.

Если эпюра моментов внешних сил криволинейна, ее следует разбить на несколько участков, в пределах которых можно считать полученные эпюры трапециевидными. [11,12]

Литература

1. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М., 1980. 375 с.

2. Прохоров Б.Ф., Кобелев В.Н. Трехслойные конструкции в судостроении. Л., 1972. 344 с.

3. Кобелев В.Н., Кобелев В.В., Потопахин В.А. Об одном варианте уравнений напряженно-деформированного состояния многослойных пластин и оболочек. - Механика композитных материалов, 1980, № 6, с.929-933.

4. Новичков Ю.Н. Осесимметричная деформация многослойных цилиндрических оболочек с учетом проскальзывания между слоями. - В кн.: Механика деформируемого твердого тела и теория надежности. Тр. МЭИ. М., 1975, вып. 227, с.109-118.

5. Сизов В.П., Шумарин С.И. Напряженно-деформированное состояние многослойных конструкций, подвергающихся воздействию импульсной нагрузки, - Изв. вузов. Машиностроение, 1983, № 7, с.13-17.

6. Болотин В.В. Плоская задача теории упругости для деталей из армированных материалов. - В кн.: Расчеты на прочность. М., 1966, вып.12, с. 3-31.

7. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. К теории упругих многослойных анизотропных оболочек. - Изв. АН СССР. Механика твердого тела, 1977, № 5, с. 87-96.

8. Andreev V.I. Minaeva A.S. Creation on the basis of the first theory of strength model equal stressed cylinder exposed to power and temperature loads. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. Volume 7, Issue 1, 2011. pp. 71-75

9. Andreev V.I. Optimization of thick-walled shells based on solutions of inverse problems of the elastic theory for inhomogeneous bodies. Computer Aided Optimum Design in Engineering XII (OPTI XII). WIT Press. 2012, pp.189-201

10. Смирнов И.И., Захарова К.В., Авилкин В.И., Стрельников Г.П. К использованию торсионных энергопоглотителей для сейсмозащиты сооружений // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (часть 2) URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1314.

11. Смирнов И.И., Захарова К.В. К расчету упругопластических торсионов энергопоглощающих устройств // Инженерный вестник Дона, 2012, №4 (часть 2) URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1312.

References

1. Bolotin V.V., Novichkov Ju.N. Mehanika mnogoslojnyh konstrukcij. [Mechanics of multilayered constructions]. M., 1980. pp. 375.

2. Prohorov B.F., Kobelev V.N. Trehslojnye konstrukcii v sudo-stroenii. [Three-layer structures in shipbuilding] L., 1972. pp. 344.

3. Kobelev V.N., Kobelev V.V., Potopahin V.A. Mehanika kompozitnyh materialov, 1980, № 6, pp.929-933.

4. Novichkov Ju. N. Osesimmetrichnaja deformacija mnogoslojnyh ci-lindricheskih obolochek s uchetom proskal'zyvanija mezhdu slojami. V kn.: Mehanika deformiruemogo tverdogo tela i teorija nadezhnosti. Tr. MJeI. M., 1975, vyp. 227, pp.109-118.

5. Sizov V.P., Shumarin S.I. Izv. vuzov. Mashinostroenie, 1983, № 7, pp.13-17.

6. Bolotin V.V. Ploskaja zadacha teorii uprugosti dlja detalej iz armirovannyh materialov. V kn.: Raschety na prochnost'. M., 1966, vyp.12, pp. 3-31.

7. Andreev A.N., Nemirovskij Ju.V. Izv. AN SSSR. Mehanika tverdogo tela, 1977, № 5, pp. 87-96.

8. Andreev V.I. Minaeva A.S. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. Volume 7, Issue 1, 2011. pp. 71-75

9. Andreev V.I. Computer Aided Optimum Design in Engineering XII (OPTI XII). WIT Press. 2012, pp.189-201

10. Smirnov I.I., Zaharova K.V., Avilkin V.I., Strel'nikov G.P. Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1314.

11. Smirnov I.I., Zaharova K.V., Inženernyj vestnik Dona (Rus), 2012, №4. (часть 2) URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4p2y2012/1312.