

Обзор динамик мнений различных социальных сообществ

Ю.А.Дорофеева

Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск

Аннотация: В настоящей работе представлен обзор ряда динамик мнений в различных социальных сообществах. Каждая из закономерностей имеет свою специфику, выражающуюся не только в формальном представлении, свойствах, но и в особенностях практического применения. Процессы обмена мнениями, становление коллективного и индивидуального мнений напрямую зависят от вида социального сообщества, а значит и описывающие их законы разнообразны и многогранны. Все приведенные здесь динамики позволяют ставить задачи оценки репутаций, достижения консенсуса в коллективе, а также определять условия его существования.

Ключевые слова: репутации, социальное сообщество, теория игр, динамика мнений, влияние, мнение, консенсус, теоретико-игровые модели, принципал, игрок, агенты.

Введение. Настоящий обзор посвящен теоретико-игровым моделям репутаций в социальных сообществах. Под **социальным сообществом** будем понимать объединение участников (агентов, игроков, спутников и т.д.), имеющих определенную структуру взаимодействий внутри коллектива. Каждое объединение имеет характеристики: наличие взаимодействия между участниками, формирование мнений о каком-либо событии, формирование репутаций, кластеризация участников, наличие лидеров, агентов, игроков, спутников [1]. Именно эти свойства являются основополагающими для формального описания динамики. Непосредственное взаимодействие происходит внутри коллектива. Под **влиянием** понимается способность воздействовать на чьи-то представления [2]. **Репутация**, характеризуется с одной стороны, как норма деятельности объекта [1], с другой стороны, как вес мнения агента, определяемый взаимодействием его с другими участниками [1]. Репутация может быть индивидуальной, а может быть коллективной [2]. **Игрок** – участник социального сообщества, влияющий на мнения остальных, а **агент** – это тот, кто этому влиянию подвергается [3].

Принципал - независимый участник, влияющий на других [4]. Приведенная выше терминология будет использована в описании динамик. В изложении будут рассмотрены следующие динамики: Де Гроота, Фриедкина-Джонсена, Хегсельманна-Крауза, модель динамики с центрами влияния, Деффаунта-Вейсбаха, Заллера-Деффаунта.

В обзоре все теоретико-игровые модели будем делить на многомерные (в законе изменений фигурируют n участников) и двумерные (в законе изменений фигурируют два участника).

Литературный обзор динамик.

Многомерные модели.

Модель Де Гроота.

Эта динамика является одной из первых и достаточно простых, в ее основе лежит марковский процесс. На мнения любого участника могут влиять остальные участники с заданными весами, которые не меняются во времени. В основе модели лежит принцип последовательного итерирования, представляющий собой сближение мнения всех членов коллектива. Мнение участника о некоторой неизвестной величине в следующий момент времени представляет собой линейную комбинацию всех мнений участников социальной сети в текущий момент. Именно Де Гроот ввел понятие консенсуса [5]. Она применима к сценариям, когда все участники равноправны, обмениваются мнениями, влияют друг на друга. Рассмотрим группу N участников одного коллектива. Каждый из них имеет определенное мнение друг о друге в виде случайной величины. В начальный момент времени мнения представляют собой вектор $(s_0^1 \dots s_0^N)^T$, в момент времени $t=k$ вектор $(s_k^1 \dots s_k^N)^T$. Согласно концепции автора, строится стохастическая матрица P , каждый элемент которой p_{ij} характеризует

степень влияния i -го участника на j -го (условие стохастичности $\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1$).

Вектор мнений на k -ом шаге задается выражением $s(k) = P^k s(0)$.

Если существует **стационарный** вектор $\pi = (\pi_1 \dots \pi_k)$ для матрицы P такой, что в процессе решения системы линейных уравнений $\pi^T P = \pi^T$

выполняется условие $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^n = \pi_j$, при этом $\sum_{i=1}^k \pi_i = 1$, то говорят, что достигается

консенсус. Общее коллективное мнение задается соотношением $\sum_{i=1}^N \pi_i s_0^i$.

Модель Фриедкина-Джонсена.

Эта динамика была предложена авторами [6], [7] для описания процессов взаимодействия, достижения согласия, обмена мнениями под влиянием различных социальных факторов. Важной особенностью данной модели является наличие у каждого игрока «восприимчивости» к мнению других участников.

Рассмотрим группу из N игроков, вектор начальных мнений $y^{(1)}$, размерностью $N \times N$, тогда на шаге t мнения игрок будут выражаться в виде $y^{(t)} = AWy^{(t-1)} + (I - A)y^{(1)}$, где $W = [w_{ij}]$ матрица размерностью $N \times N$, отражает мнение всех членов коллектива друг о друге, при условии

$\sum_{j=1}^n w_{ij} = 1$. $A = \text{diag}(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{NN})$ - диагональная матрица, выражающая

«восприимчивость» каждого участника к данному событию.

Агент, имея начальное мнение, подвергается влиянию со стороны других участников. Этот процесс напрямую зависит от степени «чувствительности», т.е. насколько игрок подвержен влиянию со стороны других. Таким образом, формируется итоговое мнение всех членов коллектива.

Консенсус достигается аналогично динамике Де Гроота.

Динамика социальной сети с двумя центрами влияния.

В работе [4] рассмотрена модель динамики мнений в социальной сети, среди участников которой выделяется два принцепала. Участники сети влияют на мнения друг друга. Динамика мнений участников сети описывается однородной цепью Маркова.

Рассмотрим конечную группу участников $N = \{1, \dots, n\}$, $n > 2$, каждый из которых имеет свое субъективное мнение о каком-либо событии. Предположим, что мнение участника $i \in N$ в момент времени $k = 0, 1, \dots$ выражается величиной $p_i(k) \in [0, 1]$. В следующий момент времени формируется с учетом как $p_i(k)$, так и мнений $p_j(k)$ других участников, при этом $j \neq i$. Тогда T – квадратная матрица размерности $n \times n$, каждый элемент которой указывает степень влияния участника j на участника i или степень доверия членов коллектива друг к другу, выраженную вещественным числом $t_{ij} \in [0, 1]$, называется матрицей влияния. Она обладает свойством стохастичности, т. е. $\sum_{j=1}^n t_{ij} = 1$ для любого $i \in N$. Вектор мнений всех участников в момент времени k обозначим через $p(k) = (p_1(k), \dots, p_n(k))$, где $p(0)$ – заданный вектор начальных мнений. Тогда мнение участника в следующий момент времени определяется согласно закону: $p_i(k+1) = \sum_{j=1}^n t_{ij} p_j(k)$ или в матричной форме $p(k+1) = Tp(k)$. Предполагаем, что участники обсуждают и корректируют свои мнения либо в течение бесконечно долгого периода времени, либо же пока для некоторого k не будет выполняться $p(k+1) = p(k)$ **Консенсус** можно найти в явном виде: неотрицательный вектор s называется вектором стационарного распределения вероятностей, если он является решением уравнения $s = sT$ и при этом $\sum_{j=1}^n s_j = 1$.

Предположим, что множество N содержит два принцепала или центра влияния (участники 1 и 2), при этом друг с другом они **не взаимодействуют**.

Назовем множество агентов, без принципалов $\{3, \dots, n\}$ большинством и обозначим его A . Пусть $\delta \in (0, 1)$ - параметр, который показывает суммарное влияние участников из A на участника 1, $\sigma \in (0, 1)$ - параметр, показывающий суммарное влияние участников из A на участника 2. Величина $1 - \varepsilon$ представляет собой суммарное влияние принципала на любого участника из A , $\varepsilon \in [0, 1)$. Оно распределяется между центрами в соотношении λ и $1 - \lambda$ для $\lambda \in (0, 1)$. Также предполагаем, что на мнение любого участника, не являющегося принципалом, не могут влиять другие участники из множества $N \setminus \{1, 2\}$. Тогда матрица влияния имеет вид:

$$T = \begin{pmatrix} 1 - \delta & 0 & \frac{\delta}{n-2} & \dots & \frac{\delta}{n-2} \\ 0 & 1 - \sigma & \frac{\sigma}{n-2} & \dots & \frac{\sigma}{n-2} \\ \lambda(1 - \varepsilon) & (1 - \lambda)(1 - \varepsilon) & \varepsilon & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda(1 - \varepsilon) & (1 - \lambda)(1 - \varepsilon) & 0 & \dots & \varepsilon \end{pmatrix}.$$

В коллективе достигается «консенсус большинства», то есть в группе A . Тогда предельное влияние участника j имеет вид:

$$s_j = \begin{cases} \frac{\lambda(1 - \varepsilon)\sigma}{(1 - \varepsilon)[\lambda\sigma + (1 - \lambda)\delta] + \sigma\delta}, & j = 1, \\ \frac{(1 - \lambda)(1 - \varepsilon)\delta}{(1 - \varepsilon)[\lambda\sigma + (1 - \lambda)\delta] + \sigma\delta}, & j = 2, \\ \frac{\sigma\delta}{(n - 2)[(1 - \varepsilon)[\lambda\sigma + (1 - \lambda)\delta] + \sigma\delta}, & j = 3, \dots, n. \end{cases}$$

Первые две компоненты - это влияние принципалов на коллектив, а третий компонент - это влияние большинства.

Эта модель позволяет определять влияние принципалов на участников, а также обратное влияние в динамике.

Интересный вопрос о предельном влиянии участников друг на друга в случае, когда коллектив разбивается на подгруппы с одинаковыми рейтингами внутри каждой из них. Эта тема раскрыта в работе [8].

Двумерные модели.

Модель Хегсельманна-Крауза.

Эта модель была разработана двумя учеными математиком У. Краузом и философом Р. Хегсельманном [9]. Особенность данной динамики – наличие уровня доверия участников друг к другу или, другими словами, «порога» общения. Динамика мнения отдельно взятого i -го участника описывается так:

$$x_i(t+1) = |I(i, x(t))|^{-1} \cdot \sum_{j \in I(i, x(t))} x_j(t), \text{ для } t \in T. \text{ Где } I(i, x) = \{1 \leq j \leq n \mid |x_i - x_j| \leq \varepsilon_i\}.$$

Таким образом, итоговое мнение каждого члена складывается из суммы мнений тех из них, кто попадает в «круг общения». Другими словами, преодолевает порог доверия ε . Такая модель часто применяется в сценариях, когда нужно дать оценку подгруппам внутри одного коллектива. Участники обмениваются мнениями не со всеми подряд, а с членами только своего сообщества. Таким образом, происходит процесс разделения на партии или **фрагментация**.

Консенсус формально описан в работе [9, с.31]. В коллективе достигается консенсус, если для любой пары участников, мнения которых отличаются друг от друга не более, чем на заданную величину, найдется третий участник, мнение которого за определенный ограниченный интервал времени попадает в окрестность мнений первых двух. Эта итерация повторяется до тех пор, пока все участники не придут к единству.

На данный момент эта модель является одной из самых популярных и имеет множество модификаций, например в работах [10],[11], [12].

Динамика Дюффаунта - Вейсбаха.

В данной динамике, как и в законе Хегсельманна-Крауза, учитывается порог доверия участников или ограничительный параметр по отношению друг к другу [13].

Рассмотрим N участников, мнения которых принадлежат отрезку $x_i \in [-1;1]$. Игроки взаимодействуют только с теми, чье мнение отличается от их собственного на величину d , при этом $|x_i - x_j| < d$. Динамика мнений описывается по закону $x_i(t+1) = x_i(t) + \mu(x_j - x_i)$. Где μ - это параметр сходимости. В данном случае консенсус будет зависеть от параметров μ и N . При $N \rightarrow \infty$ изменение динамики представляет собой марковский процесс. Это означает, что, когда система не ограничена в размерах популяции, мнение отдельного участника меняется под влиянием мнений выделенных независимых участников со скоростью их взаимодействия в ограниченном случае. **Консенсус** достигается при наличии предельной матрицы, аналогично динамике Де Гроота.

Динамика Зайлера- Дюффаунта.

Динамика описывает взаимодействия агентов в mass-media среде с сохранением доверительного интервала [14]. Агенты представляются в виде потребителей сообщений от средств массовой информации, и имеют право согласиться с сообщением или проигнорировать его. Целью является определение вероятности положительного ответа агента на случайное сообщение, полученное им от средств массовой информации.

Существуют также и модификации модели:

1. Если агент получил сообщение и принял его, он транслирует свое новое мнение на всех остальных агентов с некоторой вероятностью r .
2. Агенты, заключенные в узлы случайной, однородной сети делятся мнением с соседями.

Сообщения представляются в виде двух точек на плоскости. Мнение агентов характеризуется отношением к двум разным по составу вопросам, скажем, экономическим и этическим. Эти сообщения представимы в виде пары $I_i(t) = \{x_i(t), y_i(t)\}$, а доверительный интервал задается следующим

образом: $(x_i(t'') - y_i(t'))^2 + (y_i(t'') - y_i(t'))^2 < \mu^2$, $t'' < t' \leq t$, где μ - это способность агента получать и оценивать сообщения (авторы интерпретируют этот коэффициент как интеллектуальную способность каждого агента). Если этот параметр относительно мал, это означает, что агент сможет получать только сообщения, находящиеся в непосредственной близости от сообщения, полученные им на предыдущем шаге. Рассмотрим N участников. Для i -го агента, принявшего уже n_i сообщений, приходит новое. Стратегии «принять» или «отвергнуть» будут зависеть от того, не превысит ли мнение о новом сообщении «доверительный» параметр.

Сама закономерность представляет собой вероятность принятия нового сообщения, а именно:

$$p_i(t) = \frac{\sum_j x_j(t) \cdot \Theta(x_j(i))}{\sum_j |x_j(i)|}, \text{ где } \Theta(x_j(i)) = \begin{cases} 1, & x_j \geq 0 \\ 0, & x_j < 0 \end{cases}$$

Вывод. Представленные в данном обзоре теоретико-игровые модели репутаций являются наиболее популярными. Безусловно, это лишь малая часть исследований, проводимых в этом направлении. Однако, данные работы имеют относительно большое количество цитирований в научных базах. В процессе анализа динамик можно сделать вывод о том, что в каждой работе акцент делается на топологию, консенсус, вид взаимодействий и другие свойства социальных сообществ. Взаимодействие индивидуумов внутри своего сообщества зависит от многих факторов, которые достаточно сложно формализовать, такие как психология или физиология общения. Именно поэтому все авторы рассмотренных закономерностей используют взаимодействие как единственное средство достижения консенсуса. Все исследования имеют большое значение для социологии, биологии, физики и т.д. в качестве инструмента для оценки и анализа влияния, веса, рейтинга участников [15].

Литература

1. Ермаков Н.С., Иващенко А.А., Новиков Д.А. Модели репутаций и норм деятельности. – М.: ИПУ РАН, 2005. – 67 стр.
 2. Губанов Д.А., Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Модели информационного влияния и информационного управления в социальных сетях // Проблемы управления . – 2009. – №. 5. – С. 28-35.
 3. Rogov M, Sedakov A. Coordinated influence on the beliefs of social network members // Mathematical Game Theory Application. – 2018. – №10. – pp. 30-58.
 4. Bure V., Parilina E., Sedakov A. Consensus in a social network with two principals // Autom. Remote.Control. – 2017. – № 78. – pp.1489-1499.
 5. DeGroot M.H. Reaching a Consensus // Journal of the American Statistical Association. – 1974. – Vol. 69.– pp.118-121.
 6. Friedkin N., Johnsen E. Social influence network and opinion change. //Advances in Group Processes. – 1999. – №16. – pp.1-29.
 7. Friedkin N., Johnsen E. Social influence and opinions // Journal of Mathematical Sociology. – 1990. – Vol.15. – pp.193-206.
 8. Мазалов В.В, Дорофеева Ю.А., Коновальчикова Е.Н. Моделирование влияния среди участников образовательного коллектива // Вестник СПбГУ, серия: Прикладная математика и информатика. – 2019. – т.15 №. 2 – С. 259-273.
 9. Hegselmann R., Krause U. Opinion Dynamics and bonded confidence models, analysis and simulation // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. – 2002. – Vol. 5(3). – pp. 1-33.
 10. Blondel V., Hendricx J., Tsitsiklis J. On Krause's multi-agent consensus model with state-dependent connectivity. // Transaction Automation and Control. – 2009. – №54 (11). – pp. 2586-2597.
-

11. Fortunato S. On the consensus threshold for the opinion dynamics of Hegselmann-Krause // International Journal of Modern Physics C. – 2005. – Vol. 15. – pp. 259-270.

12. Guiyuan Fu, Weidong Zhang, Opinion dynamics of Modified H-K Model with group-based bounded confidence // 19th World Congress The international Federation of Autom and Control, Cape Town. – Aug 24-29, 2014. – pp. 9870-9874.

13. Weisbuch G., Deffuant G. and Amblard F. Persuasion dynamics // Physica A. – 2005. – № 353. – pp. 555-575.

14. Malarz K., Gronek P., Kulakowski K. Zaller-Deffuant model of mass opinion // Journal of Artificial Societies and Social Simulation. – 2009. – Vol. 14(1). – pp. 1-9.

15. Sirbu A., Lorento V., Servedio V., Francessa T. Opinion dynamics: models, extensions and external effects // Physics and Society. – 2016. – Vol.5. – pp. 363-401.

References

1. Ermakov N.S., Ivashhenko A.A., Novikov D.A. Modeli reputacij i norm deyatel'nosti. [Models of reputation and performance standards]. M.: IPU RAN, 2005. 67 p.

2. Gubanov D.A., Novikov D.A., Chxartishvili A.G. Problemy` upravleniya . 2009. №. 5. pp. 28-35.

3. Rogov M, Sedakov A. Mathimatical Game Theory Application. 2018. №10. pp. 30-58.

4. Bure V., Parilina E., Sedakov A. Autom. Remote.Control. 2017. № 78. pp.1489-1499.

5. DeGroot M.H. Journal of the American Statistical Association. 1974. Vol. 69. pp.118-121.

6. Friedkin N., Johnsen E. *Advances in Group Processes*. 1999. №16. pp.1-29.
7. Friedkin N., Johnsen E. *Journal of Mathematical Sociology*. 1990. Vol.15. pp.193-206.
8. Mazalov V.V, Dorofeeva Yu.A., Konoval`chikova E.N. *Vestnik SPbGU, seriya: Prikladnaya matematika i informatika*. 2019. T.15 №. 2. pp. 259-273.
9. Hegselmann R., Krause U. *Journal of Artifical Societies and Social Simulation*. 2002. Vol. 5(3). pp. 1-33.
10. Blondel V., Hendricx J., Tsitsiklis J. *Transaction Automation and Control*. 2009. №54 (11). pp. 2586-2597.
11. Fortunato S. *International Journal of Modern Physics C*. 2005. Vol. 15. pp. 259-270.
12. Guiyuan Fu, Weidong Zhang 19th World Congress The international Federation of Autom and Control, Cape Town. Aug 24-29, 2014. pp. 9870-9874.
13. Weisbuch G., Deffuant G. and Amblard F. *Persuasion dynamics .Physica A*. 2005. № 353. pp. 555-575.
14. Malarz K., Gronek P., Kulakowski K. *Journal of Artifical Societies and Social Simulation*. 2009.14(1). pp. 1-9.
15. Sirbu A., Lorento V., Servedio V., Francessa T. *Physics and Society*. 2016. Vol.5. pp. 363-401.