

Параметрический резонанс при несимметричных колебаниях цилиндрической оболочки газоотводящего ствола из термопластической полимерной трубы «Фуранфлекс»

Г.Ю. Орешин

Московский государственный строительный университет, г. Москва.

Аннотация: В статье рассмотрены теоретические расчеты возможности возникновения несимметричных параметрических колебаний и параметрического резонанса, в полимерной оболочке «Фуранфлекс». Подробно изложены описание и расчет резонансных явлений при несимметричных параметрических колебаниях. Даны подробные математические преобразования дифференциальных уравнений параметрических колебаний. Сведения и результаты исследований в представленной работе рассчитаны на широкий круг читателей. Это преподаватели, проектировщики, конструкторы, студенты специализированных учебных заведений.

Ключевые слова: дымовая труба, несимметричные параметрические колебания, фуранфлекс, дымоотводящий канал.

При реконструкции или создании современных газоотводящих каналов одним из перспективных, надежных и весьма продолжительных по срокам эксплуатации является канал, созданный из полимерной кислотостойкой композитной трубы «Фуранфлекс» [1,2].

При проведении проектных работ по данному конструктивному решению, следует произвести расчеты, связанные с возникновением параметрических колебаний и возможного параметрического резонанса, обусловленного изменением параметра системы. При пуске, а также и в рабочем режиме котла возникают возмущающие отклонения давления поступающих в канал продуктов сгорания [3,4].

Механизм возникновения симметричных колебаний и параметрического резонанса при симметричных колебаниях подробно изложен в источнике [3].

Рассмотрим теперь несимметричные формы колебаний, когда деформации кольца(цилиндра) будут носить изгибный характер (Рис.1).

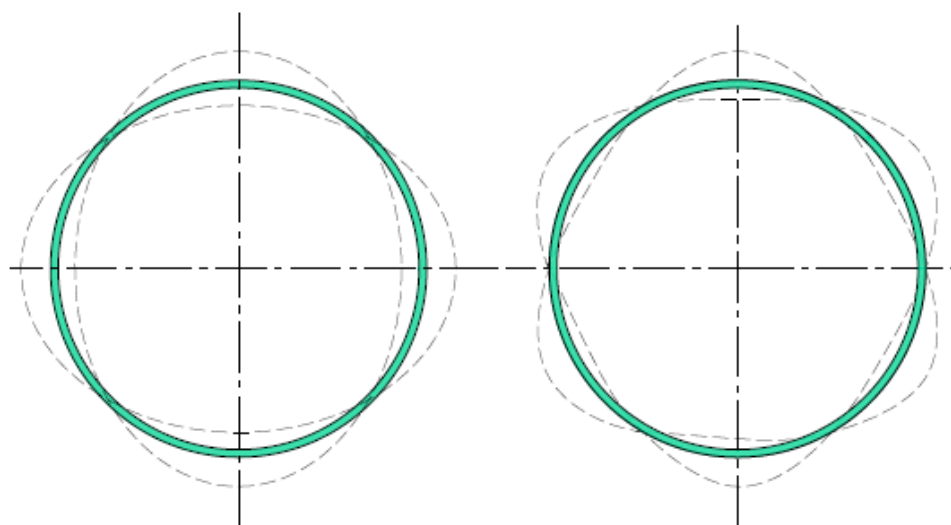


Рис.1 Несимметричные колебания оболочки.

При деформациях, изображенных на рис.1 слева, кольцо периодически принимает форму эллипса, вытягиваясь и сокращаясь периодически в направлении двух взаимно перпендикулярных диаметров.

Возможность возникновения таких колебаний легко установить из простых физических соображений.

Предположим, что по некоторым причинам кольцо несколько искривилось по форме, показанной рис.1 слева. Предположим, что в момент этого искривления давление достигло максимума. Кольцо при этом распрямится и, по инерции, пройдя через нейтральное положение, снова примет искривленную форму. Если давление в этот момент снова достигнет максимума, то явление полностью повторится [4].

Таким образом, за полный период колебаний кольца давление достигает максимума дважды. При этом условии имеет место наибольшая передача энергии в колебательную систему и возникает наиболее быстрая её раскачка. Давление совершает работу не на основных, а на вторичных перемещениях. Изгибающий момент от сил давления возникает лишь постольку, поскольку кольцо получает искривление и отличается от круговой формы. Мы имеем, таким образом, типичный параметрический резонанс [4,5].

Очевидно, что параметрический резонанс может наступать и при меньших значениях частот изменения давления Ω , когда подталкивание упругой системы происходит не два раза за период, а только один раз, или через один, два, три и т.д. периода. Но в этом случае передача энергии в упругую систему будет меньшей и значительно меньшими будут амплитуды колебаний [6,7].

В зависимости от величины ΔP возбуждение параметрических колебаний возможно и при некотором отклонении частот от указанных соотношений.

Проведем определение условий возникновения параметрических колебаний (условия параметрического резонанса).

Параметрический резонанс цилиндрической оболочки при несимметричных колебаниях

Ограничимся снова рассмотрением длинной цилиндрической оболочки, как свободного кольца.

При несимметричных колебаниях инерционные нагрузки могут иметь не только радиальную q_n но и касательную составляющую q_t , Рис.2.

Рассмотрим условия равновесия выделенного элемента кольца [6]. Проецируя силы на направления Q и N и взяв момент относительно точки A получим:

$$q_n ds - dQ - N \frac{ds}{R_1} = 0, \quad (1)$$

$$q_t ds + dN - Q \frac{ds}{R_1} = 0, \quad (2)$$

$$dM - Q ds = 0, \quad (3)$$

Здесь под q_n и q_t (кг/мм) понимается интенсивность нагрузки кольца, по нормали и по касательной;

R_1 - местный радиус кривизны после деформации.

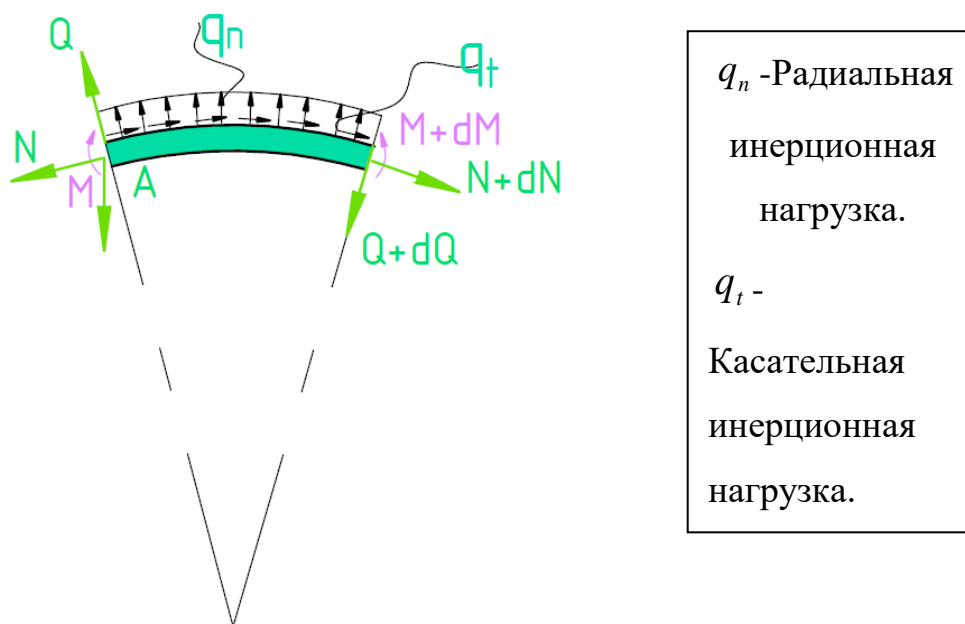


Рис.2 Расчетная схема кольца оболочки при изгибных нагрузках.

Получаем далее:

$$\left. \begin{aligned} q_n - Q' - \frac{N}{R_1} &= 0 \\ q_t + N' - \frac{Q}{R_1} &= 0 \\ M' &= Q \end{aligned} \right\} (4), \text{ где} \quad \begin{aligned} N' &= \frac{dN}{ds} \\ Q' &= \frac{dQ}{ds} \\ M' &= \frac{dM}{ds} \end{aligned} \quad (5)$$

Из двух первых уравнений исключаем N. Тогда получим:

$$q_t + \left[R_1 (q_n - Q') \right]' - \frac{Q}{R_1} = 0. \quad (6)$$

Изменение кривизны кольца при наличии радиального перемещения ϖ складывается из двух частей: из изменения кривизны вследствие перемещения всех точек кольца на величину ϖ , т. е.

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R + \varpi} \approx \frac{\varpi}{R^2}.$$

и из собственно искривления кольца, как и для прямой балки, т. е. второй производной от прогиба ϖ по дуге s [6].

Полное изменение кривизны получается:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} - \frac{\varpi}{R^2} - \varpi'', \quad (7) \quad R_1 = \frac{R}{1 - \frac{\varpi}{R} - \varpi'' R}, \quad (8)$$

Вследствие незначительности значения ϖ получается $R_1 = R + \varpi + \varpi'' R^2$.

Нормальная интенсивность q_n состоит из двух слагаемых:

$$q_n = q_0 + \bar{q}. \quad (10)$$

Под q_0 будем понимать нормальную нагрузку, вызванную внутренним

давлением. Величина q_0 не зависит от ϖ , но зависит от времени;

\bar{q} - инерционная составляющая, зависящая от массы и ускорения $\ddot{\varpi}$;

\bar{q} - величина малая, поскольку считаем, что ϖ малые.

Перерезывающая сила Q является величиной малой и отлична от нуля, потому, что возникает перемещение.

Подставим $\frac{1}{R_1}$ из уравнения (7), R_1 из уравнения (8), q_n из уравнения (10) в уравнение (6):

$$q_t + (\varpi' + \varpi''' R^2)(q_0 + \bar{q} - Q') + (R + \varpi + \varpi'' R^2)(\bar{q}' - Q''') - Q \left(\frac{1}{R} - \frac{\varpi}{R^2} - \varpi'' \right) = 0.$$

Теперь удержим только линейные члены порядка ϖ , тогда:

$$q_t + (\varpi' + \varpi''' R^2) + R(\bar{q}' - Q''') - \frac{Q}{R} = 0, \quad \text{заменяем } Q = M'$$

$$q_t + (\varpi' + \varpi''' R^2) + R(\bar{q}' - M''') - \frac{M'}{R} = 0. \quad (11)$$

Но изгибающий момент связан с изменением кривизны известным соотношением.

$$M = EI \left(\omega'' + \frac{\varpi}{R^2} \right).$$

Где EI- жесткость кольца на изгиб

Теперь уравнение 11 принимает вид:

$$q_t + q_0(\varpi' + \varpi'''R^2) + R\bar{q}'_n - EIR \left(\varpi^V + \frac{\omega'''}{R^2} \right) - \frac{EI}{R} \left(\varpi''' + \frac{\varpi'}{R^2} \right) = 0. \quad (12)$$

Пусть по-прежнему m — масса оболочки на единицу поверхности, а a -ширина кольца [8]. Тогда:

$$q_t = -ma\dot{v}. \quad (13) \quad \text{Где } V \text{ -перемещение по направлению касательной к дуге}$$
$$q_n = -ma\ddot{\varpi}. \quad \text{круга}$$

Из условия нерастяжимости кольца $v' = -\frac{\varpi}{R}. \quad (14)$

Это выражение легко получается из системы зависимостей (15) если

пренебречь $\frac{1}{2}(\varpi')^2$, и положить (по условию нерастяжимости)

$$\varepsilon_y = 0; Z = 0.$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{du}{dx} + \frac{\varpi}{R_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\varpi}{dx} \right)^2 - z \frac{\partial^2 \varpi}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{dv}{dy} + \frac{\varpi}{R_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\varpi}{dy} \right)^2 - z \frac{\partial^2 \varpi}{\partial y^2} \\ \tau_{xy} &= \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} + \frac{d\varpi}{dx} \frac{d\varpi}{dy} - z 2 \frac{\partial^2 \varpi}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Исключим из уравнения (12) q_t , q_n и V при помощи выражений (13) и (14)

$$ma \frac{\ddot{\varpi}}{R} + q_0(\varpi'' + \varpi^{IV} R^2) - Rma\ddot{\varpi}'' - EIR\varpi^{VI} - \frac{2EI}{R}\varpi^{IV} - \frac{EI}{R^3}\varpi'' = 0. \quad (16)$$

Далее, $q_0 = p a$, и согласно выражению $p = p_r + \Delta p \sin \Omega t$,

получим $q_0 = a(p_r + \Delta p \sin \Omega t)$.

Обозначим через EI_0 изгибную жесткость цилиндрической

оболочки на единицу длины $EI_0 = \frac{EI}{a}$, теперь получим :

$$m \frac{\ddot{\varpi}}{R} + (p_r + \Delta p \sin \Omega t)(\varpi'' + \varpi^{IV} R^2) - Rm\ddot{\varpi}'' - EI_0 R \varpi^{VI} - \frac{2EI_0}{R}\varpi^{IV} - \frac{EI_0}{R^3}\varpi'' = 0.$$

(17)

Примем $\varpi = T \cos \frac{ns}{R}$, (18) и решим дифференциальное уравнение (17)

относительно S. Где T-некоторая функция t, а n-целое число [6,8].

Задаваясь, можем получить различные формы колебаний. Значение

n - 2 соответствует изгибу кольца по форме, близкой к эллиптической (рис.1)

Если принять n — 3, 4 то получим изгиб по формам, показанным на рис. 3.

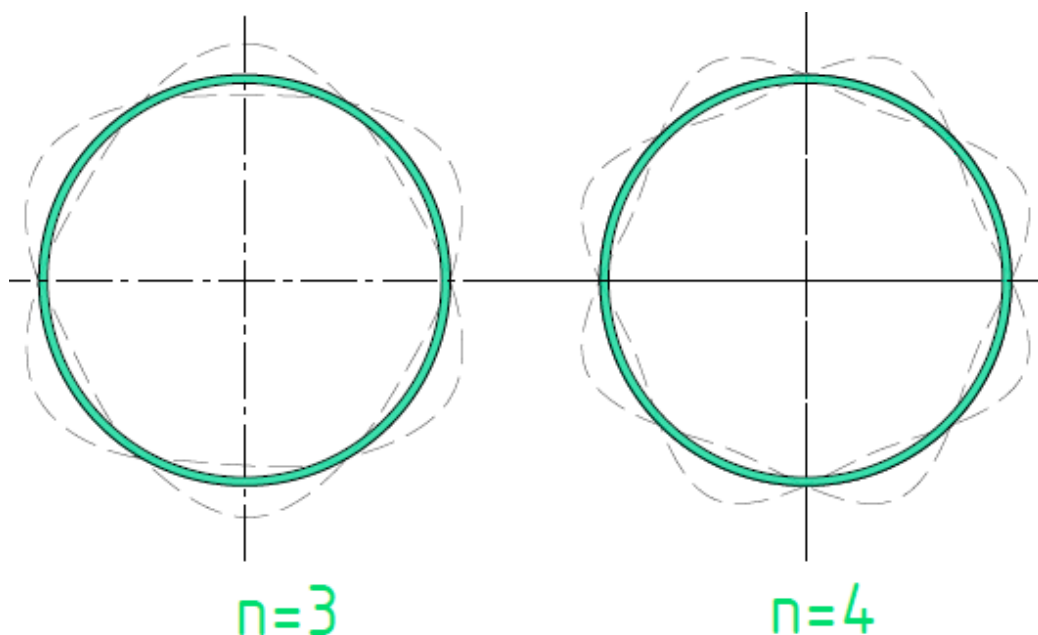


Рис.3 Формы колебания оболочки при различных значениях n.

Подставив, $\overline{\omega}$ из выражения (18) в уравнение (17), получим:

$$\ddot{T} + \frac{n^2(n^2 - 1)}{m(n^2 + 1)} \frac{1}{R} \left[p_{\Gamma} + \Delta p \sin \Omega t + (n^2 - 1) \frac{EI_0}{R^3} \right] T = 0. \quad (19)$$

Приняв $\omega^2 = \frac{n^2(n^2 - 1)}{m(n^2 + 1)} \frac{1}{R} \left[p_{\Gamma} + (n^2 - 1) \frac{EI_0}{R^3} \right]. \quad (20)$

Получаем $\ddot{T} + \omega^2 (1 + \varepsilon \sin \Omega t) T = 0, \quad (21)$ - данное уравнение является уравнением Матье.

Где, $\varepsilon = \frac{\Delta p}{p_{\Gamma} + (n^2 - 1) \frac{EI_0}{R^3}}. \quad (22)$

Таким образом, как и следовало ожидать, получим уравнение с

периодическим коэффициентом, описывающее движение кольца при параметрических колебаниях [8].

Если давление в камере не изменяется, $\Delta p = 0 \quad \varepsilon = 0$ и тогда: $T + \omega^2 T = 0$, т. е. получаем обычное уравнение собственных колебаний.

Выражение (20) дает круговую частоту собственных несимметричных колебаний. Эта частота зависит, как видим, от среднего значения давления p_{Γ} и от жесткости оболочки на изгиб [8,10]. С повышением давления частота возрастает, так как под действием внутреннего давления искривленное кольцо расправляется и давление является восстанавливающим фактором, действующим совместно с силами упругости.

Уравнение (21) было выведено известным ученым и носит название уравнением Матье и хорошо изучено. К этому уравнению сводятся, многие задачи. Поэтому, независимо от внешнего вида колебательной системы, решение всех задач будет единым [8].

Диаграмма зон неустойчивости (зон возбуждения параметрического резонанса) приведена на Рис. 4. Эта диаграмма заимствована из работы В. В. Болотина [9] и составлена применительно к исследованию динамической устойчивости стержня [9,10].

Однако поскольку задачи сводятся к одному и тому же уравнению, разница заключается лишь в значениях параметров, входящих в выражения ϖ и ε .

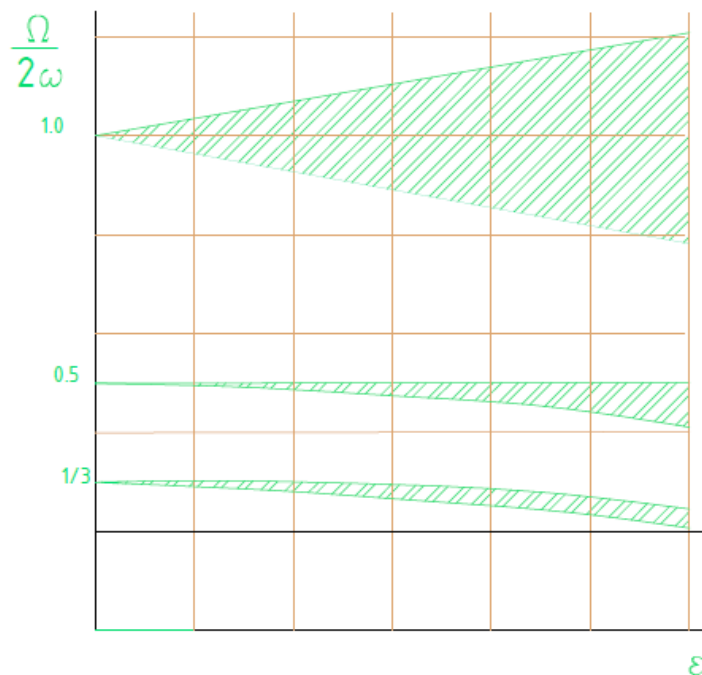


Рис.4 Диаграмма резонансных соотношений.

Верхняя точка $\frac{\Omega}{2\omega} = 1$ соответствует основному параметрическому резонансу.

Здесь подталкивание кольца давлением происходит каждый полупериод.

В точке, $\frac{\Omega}{2\omega} = \frac{1}{2}$, т.е. где $\Omega = \omega$, подталкивание идет через полупериод,

а при $\frac{\Omega}{2\omega} = \frac{1}{3}$ - через два полупериода на третий [10].

При $\varepsilon \neq 0$ мы получаем не точку, а интервал частот, в котором имеет место возбуждения колебаний.

На диаграмме, приведенной на Рис.4, соответствующие области заштрихованы [7,10].

Проведем расчет резонансной частоты, согласно (20), используя программный комплекс Mathcad 15, и используя данные прочностных характеристик, предоставленных производителем.

Плотность материала - 2600 кг/м³

Модуль упругости $E = 73 \cdot 10^5$ МПа

При диаметре трубы 600мм и толщине оболочки $h = 4.5$ мм

$$\rho := 2600 \quad E := 73 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \quad h := 4.5 \times 10^{-3} \quad R_m := 300 \cdot 10^{-3}$$

Масса единицы поверхности трубы:

$$M := \rho \cdot h \cdot 1 \cdot 1 \quad M = 11.7 \text{ кг}$$

$$\text{Давление } P_r \text{ в стволе} \quad p_g := 1.21210^5$$

Момент инерции единицы длины сечения:

$$I_0 := \frac{1 \cdot h^3}{12}$$

$$i := 1..10 \quad I_0 = 7.594 \times 10^{-9}$$

$$n_i := i$$

$n_i =$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

$$\omega_i := \sqrt{\frac{(n_i)^2 [(n_i)^2 - 1]}{M [(n_i)^2 + 1]}} \cdot \frac{1}{R} \left[p_g + [(n_i)^2 - 1] \frac{E \cdot I_0}{R^3} \right]$$

$\omega_i =$

0
$2.072 \cdot 10^3$
$5.826 \cdot 10^3$
$1.115 \cdot 10^4$
$1.802 \cdot 10^4$
$2.643 \cdot 10^4$
$3.636 \cdot 10^4$
$4.783 \cdot 10^4$
$6.083 \cdot 10^4$
$7.536 \cdot 10^4$

В представленном расчете получен диапазон собственных частот до десятой формы колебания включительно.

Литература

1. Орешин Г.Ю. Современная технология защиты, ремонта, восстановления дымоходных и вентиляционных каналов от коррозии, конденсата, разрушения с использованием полимерного термопластического вкладыша Фуранфлекс // Инженерный вестник Дона, 2018. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4752

2. Орешин Г.Ю. Создание многоствольных конструкций промышленных труб с использованием самонесущего термопластического вкладыша



Фуранфлекс // Инженерный вестник Дона, 2018. №1. URL:
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4754

3. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. 2 изд. М.: Наука, 1964. С.172-184.

4. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. 4 изд. М.: Наука, 1973. 400 с.

5. Феодосьев В.И. Прочность камеры жидкостного ракетного двигателя. М.: Оборонгиз, 1967. 214 с.

6. Защита дымохода Фуранфлекс // URL: //orgasstroy.ru/zashhita-dymohodov/ (дата обращения: 03.02.2020).

7. Разумеев В.Ф. Основы проектирования баллистических ракет на твердом топливе. М.: Машиностроение, 1976. 356 с.

8. Орешин Г.Ю. Динамическое воздействие возмущающего фактора, обусловленного изменением параметра колебательной системы на цилиндрическую оболочку газоотводящего термопластического канала «Фуранфлекс» // Инженерный вестник Дона, 2020. №1. URL:
ivdon.ru/ru/magazine/archive/N1y2020/6285

9. Болотин В.В. О поперечных колебаниях стержней, вызываемых периодическими продольными силами / Поперечные колебания и критические скорости. В. 1 изд. М.: АН СССР, 1951. 46-77 с.

10. Бассиони Рамадан, Надер С., Курра А. Аналитическое и численное исследование использования природной тяги дымохода для естественной вентиляции // Энергия и здания. 2008. № 40, Выпуск 5. с. 865-873.

References

1. Oreshin G.Y. Inzhenernyj vestnik Dona. 2018. №1. URL:
ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4752



2. Oreshin G.Y. Inzhenernyj vestnik Dona. 2018. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2018/4754
3. Strelkov S.P. Vvedenie v teoriyu kolebanij. [Introduction to the theory of oscillations]. 2 izd. M.: Nauka, 1964. pp.172-184
4. Feodos'ev V.I. Izbrannye zadachi i voprosy po soprotivleniyu materialov. [Selected problems and questions in strength of materials]. 4 izd. M.: Nauka, 1973. 400p.
5. Feodos'ev V.I. Prochnost' kamery zhidkostnogo raketnogo dvigatelya. [Strength of the liquid rocket engine chamber]. M.: Oborongiz, 1967. P. 214.
6. Zashchita dymohoda Furanfleks [Protection of chimney by Furanflex]. URL: orgastroy.ru/zashhita-dymohodov/ (date of access: 03.02.2020).
7. Razumeev V.F. Osnovy proektirovaniya ballisticheskikh raket na tverdom toplive. [Fundamentals of designing solid-fuel ballistic missiles]. M.: Mashinostroenie, 1976. 356 p.
8. Oreshin G.Y. Inzhenernyj vestnik Dona. 2020. №1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N1y2020/6285
9. Bolotin V.V. O poperechnyh kolebaniyah sterzhnej, vyzyvaemyh periodicheskimi prodol'nymi salami. Poperechnye kolebaniya i kriticheskie skorosti. [On transverse vibrations of rods caused by periodic longitudinal forces. Transverse vibrations and critical velocities] V. 1 izd. M.: AN SSSR, 1951. Pp. 46-77.
10. Bassioni Ramadan, Nader S., Kurra A. Energiya i zdaniya. 2008. № 40, Vypusk 5. pp. 865-873.